

BERPIKIR MATEMATIS DENGAN METODE INDUKTIF, DEDUKTIF, ANALOGI, INTEGRATIF DAN ABSTRAK

Diah Prawitha Sari

Prgram Studi Pendidikan Matematika Universitas Khairun Ternate

Email : dyahprawitha@yahoo.com

ABSTRAK

Makalah ini membahas tentang berpikir matematika dengan metode induktif, deduktif, analogi, integratif, dan abstrak. Uraian didasarkan atas analisis terhadap: (1) berpikir induktif merupakan suatu proses berpikir yang bertolak dari sejumlah fenomena individual untuk menurunkan suatu kesimpulan (inferensi); (2) Berpikir deduktif adalah proses pengambilan kesimpulan yang didasarkan kepada premis-premis yang keberadaannya telah ditentukan; (3) Berpikir analogi adalah berbicara tentang dua hal yang berlainan, yang satu bukan yang lain, tetapi dua hal yang berbeda itu dibandingkan satu dengan yang lain.; (4) Melalui penerapan integratif proses pengajaran menjadi lebih kompleks, hal ini melibatkan komponen internal dan eksternal; (5) Kemampuan berpikir abstrak tidak terlepas dari pengetahuan tentang konsep, karena berpikir memerlukan kemampuan untuk membayangkan atau menggambarkan benda dan peristiwa yang secara fisik tidak selalu ada.

Kata Kunci: Berpikir Matematis, Metode Induktif, Deduktif, Analogi, Integratif, dan Abstrak.

PENDAHULUAN

Karakteristik berpikir matematis dibagi menjadi empat karakteristik yaitu fokus kepada himpunan, berpikir bergantung pada tiga variabel, pemahaman denitatif dan berpikir matematis sebagai kekuatan pendorong dibelakang pengetahuan dan keterampilan. Karakteristik berpikir matematis ini merupakan cara yang mendasar dalam memahami jenis berpikir matematis yang ada. Melalui pemahaman tentang karakteristik berpikir matematis, seseorang dapat dikatakan memiliki pemahaman matematik yang kuat. Berpikir matematis digunakan dalam kegiatan matematika, karena itu berpikir matematis erat kaitannya dengan isi dan metode matematika itu sendiri. Misalnya, berbagai metode yang berbeda diterapkan ketika aritmatika atau matematika digunakan untuk melakukan kegiatan belajar matematika, bersama dengan berbagai jenis isi matematika. Lebih tepatnya bahwa semua metode dan jenis isinya adalah jenis berpikir matematis.

Katagiri (2004) membagikan empat kategori logis dalam berpikir matematika yaitu sebagai berikut: a) Sikap matematika; mencoba untuk memahami masalah sendiri

atau tujuan, substansi dengan jelas oleh diri sendiri, mencoba untuk mengambil tindakan logis, mencoba untuk mengekspresikan materi dengan jelas dan ringkas, dan mencoba untuk mencari hal yang lebih baik; b) Berpikir matematika terkait dengan metode matematika; berpikir induktif, berpikir analogis, berpikir deduktif, berpikir integratif, berpikir abstraktif; c) Berpikir matematika terkait dengan isi matematika; memperjelas objek himpunan untuk dipertimbangkan dan objek untuk dikeluarkan dari himpunan, mengklarifikasi kondisi untuk dimasukkan (ide himpunan), fokus pada elemen dan ukuran serta hubungan (Ide unit), mencoba untuk berpikir berdasarkan prinsip-prinsip dasar ekspresi (Ide ekspresi), memperjelas dan memperluas makna suatu hal dan operasi dan mencoba untuk berpikir berdasarkan ide operasi, mencoba untuk merumuskan metode operasi (Ide dari algoritma), mencoba untuk memahami gambaran besar dari objek dan operasi, dan menggunakan hasilnya untuk pemahaman (Ide dari pendekatan), fokus pada aturan dasar dan sifat (Ide dari sifat dasar); d) Mencoba untuk fokus pada apa yang ditentukan oleh keputusan seseorang, menemukan aturan hubungan antara variabel, dan menggunakan sesuatu hal yang sama (Berpikir Fungsional), mencoba untuk mengekspresikan proposisi dan hubungan sebagai formula, dan untuk mengetahui tujuan (Ide formula).

PEMBAHASAN

Berpikir matematis digunakan dalam kegiatan matematika, karena itu erat hubungannya berpikir matematis dengan isi dan metode aritmatika serta matematika.

1. Berpikir Induktif

Berpikir merupakan sebuah proses yang membuahkan pengetahuan. Proses ini merupakan serangkaian gerak pemikiran dengan mengikuti jalan pemikiran tertentu agar sampai pada sebuah kesimpulan yaitu berupa pengetahuan (Suriasumantri, 1997: 1). Oleh karena itu, proses berpikir memerlukan sarana tertentu yang disebut dengan sarana berpikir ilmiah. Sarana berpikir ilmiah merupakan alat yang membantu kegiatan ilmiah dalam berbagai langkah yang harus ditempuh. Pada langkah tertentu biasanya diperlukan sarana tertentu pula. Tanpa penguasaan sarana berpikir ilmiah kita tidak akan dapat melaksanakan kegiatan berpikir ilmiah yang baik. Untuk dapat melakukan kegiatan berpikir ilmiah dengan baik diperlukan sarana berpikir ilmiah berupa : bahasa ilmiah, logika dan matematika, serta logika dan statistika (Tim Dosen Filsafat Ilmu. 1996: 68). Bahasa ilmiah merupakan alat komunikasi verbal yang dipakai dalam seluruh proses berpikir ilmiah. Bahasa merupakan alat berpikir dan alat komunikasi untuk

menyampaikan jalan pikiran dari seluruh proses berpikir ilmiah kepada orang lain. Logika dan statistika mempunyai peran penting dalam berpikir induktif untuk mencari konsep-konsep yang berlaku umum.

Berpikir induktif dalam bidang ilmiah yang bertitik tolak dari sejumlah hal khusus untuk sampai pada suatu rumusan umum sebagai hukum ilmiah, menurut Herbert L. Searles (Tim Dosen Filsafat Ilmu, 1996 : 91-92), diperlukan proses penalaran sebagai berikut:

- 1) Langkah pertama adalah mengumpulkan fakta-fakta khusus.

Pada langkah ini, metode yang digunakan adalah observasi dan eksperimen. Observasi harus dikerjakan seteliti mungkin, sedangkan eksperimen dilakukan untuk membuat atau mengganti obyek yang harus dipelajari.

- 2) Langkah kedua adalah perumusan hipotesis.

Hipotesis merupakan dalil atau jawaban sementara yang diajukan berdasarkan pengetahuan yang terkumpul sebagai petunjuk bagi penelitian lebih lanjut. Hipotesis ilmiah harus memenuhi syarat, diantaranya dapat diuji kebenarannya, terbuka dan sistematis sesuai dengan dalil-dalil yang dianggap benar serta dapat menjelaskan fakta yang dijadikan fokus kajian.

- 3) Langkah ketiga adalah mengadakan verifikasi.

Hipotesis merupakan perumusan dalil atau jawaban sementara yang harus dibuktikan atau diterapkan terhadap fakta-fakta atau juga dibandingkan dengan fakta-fakta lain untuk diambil kesimpulan umum. Proses verifikasi adalah satu langkah atau cara untuk membuktikan bahwa hipotesis tersebut merupakan dalil yang sebenarnya. Verifikasi juga mencakup generalisasi untuk menemukan dalil umum, sehingga hipotesis tersebut dapat dijadikan satu teori.

- 4) Langkah keempat adalah perumusan teori dan hukum ilmiah berdasarkan hasil verifikasi.

Hasil akhir yang diharapkan dalam induksi ilmiah adalah terbentuknya hukum ilmiah. Persoalan yang dihadapi oleh induksi adalah untuk sampai pada suatu dasar yang logis bagi generalisasi tidak mungkin semua hal diamati, atau dengan kata lain untuk menentukan pembenaran yang logis bagi penyimpulan berdasarkan beberapa hal untuk diterapkan bagi semua hal. Maka, untuk diterapkan bagi semua hal harus merupakan suatu hukum ilmiah yang derajatnya dengan hipotesis adalah lebih tinggi.

Induktif adalah suatu proses berpikir yang bertolak dari satu atau sejumlah fenomena individual untuk menurunkan suatu kesimpulan (inferensi). Metode berpikir

induktif adalah metode yang digunakan dalam berpikir dengan bertolak dari hal-hal khusus ke umum. Proses penalaran ini mulai bergerak dari penelitian dan evaluasi atas fenomena yang ada. Hal ini disebut sebagai sebuah corak berpikir yang ilmiah karena perlu proses penalaran yang ilmiah dalam penalaran induktif.

Pada pembelajaran matematika, pola pikir induktif digunakan guru jika dalam menyampaikan materi pembelajaran dimulai dari hal-hal yang khusus menuju ke hal yang lebih umum. Dalam mengenalkan konsep bangun datar, misalnya persegi, guru dapat menunjukkan berbagai bangun geometri atau gambar datar kepada para siswa, dan mengatakan “ini namanya persegi.” Selanjutnya menunjuk bangun lain yang bukan persegi dengan mengatakan “ini bukan persegi.” Setelah guru memberikan kasus khusus misalnya contoh-contoh, siswa mengamati, membandingkan, mengenal karakteristik, dan berusaha menyerap berbagai informasi yang terkandung dalam kasus khusus tersebut untuk digunakan memperoleh kesimpulan atau sifat yang umum.

Proses berpikir induktif meliputi pengenalan pola, dugaan dan pembentukan generalisasi. Ketepatan sebuah dugaan atau pembentukan generalisasi dalam pola penalaran ini sangatlah tergantung dari data dan pola yang tersedia. Semakin banyak data yang diberikan atau semakin spesifik pola yang diberikan, maka akan menghasilkan sebuah dugaan atau generalisasi yang semakin mendekati kebenaran. Sebaliknya, semakin sedikit data yang diberikan atau semakin kurang spesifiknya pola yang disediakan, maka dugaan atau generalisasi bisa semakin jauh dari sasaran, dan bahkan bisa memunculkan dugaan atau generalisasi ganda.

Misalkan diberikan sebuah barisan bilangan 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, ..., maka pengenalan pola dimaksudkan sebagai suatu identifikasi tentang tata aturan penulisan barisan tersebut. Dari contoh ini dapat dilihat bahwa untuk mendapatkan bilangan berikutnya, maka sebuah bilangan dalam barisan tersebut harus ditambah dengan 3. Setelah mengetahui polanya, selanjutnya dapat dilakukan dugaan-dugaan tentang bilangan-bilangan yang akan muncul pada urutan yang lebih tinggi, misalnya dugaan tentang 3 bilangan yang akan muncul pada urutan ke 8, 9 dan 10. Selanjutnya hasil dari proses pengenalan pola dan pendugaan tersebut dapat digunakan untuk membentuk sebuah generalisasi, yakni dengan menyusun formula untuk menentukan bilangan yang akan muncul pada urutan ke n .

Dari uraian di atas, nampak jelas bahwa penalaran induktif merupakan proses penyimpulan secara umum dari hasil observasi yang terbatas. Hasil kesimpulan yang diperoleh bisa jadi kurang valid atau bisa mengakibatkan kesalahan penafsiran apabila

data yang dipergunakan kurang lengkap atau pola yang diamati kurang spesifik. Sementara itu konsep-konsep dalam matematika tidak pernah mengalami perubahan, jikalau ada itu sifatnya hanyalah penambahan karena adanya temuan-temuan baru dan tidak sampai merubah konsep yang sudah ada sebelumnya. Hal ini karena sistem yang ada dalam matematika merupakan sistem-sistem deduktif, dimana kebenaran suatu konsep didasarkan pada konsep-konsep sebelumnya. Oleh karenanya sistem penalaran yang paling banyak berperan dalam matematika adalah penalaran deduktif.

2. Berpikir Deduktif

Berpikir deduktif adalah proses pengambilan kesimpulan yang didasarkan kepada premis-premis yang keberadaannya telah ditentukan. Secara deduktif matematika menemukan pengetahuan yang baru berdasarkan premis-premis tertentu. Pengetahuan yang ditemukan ini sebenarnya hanyalah konsekuensi dari pernyataan-pernyataan ilmiah yang telah kita temukan sebelumnya.

Matematika dikenal dengan ilmu deduktif. Ini berarti proses pengerjaan matematika harus bersifat deduktif. Matematika tidak menerima generalisasi berdasarkan pengamatan (induktif), tetapi harus berdasarkan pembuktian deduktif. Meskipun demikian untuk membantu pemikiran pada tahap-tahap permulaan seringkali kita memerlukan bantuan contoh-contoh khusus atau ilustrasi geometris.

Perlu diketahui bahwa baik isi maupun metode mencari kebenaran dalam matematika berbeda dengan ilmu pengetahuan alam, apalagi dengan ilmu pengetahuan umum. Metode mencari kebenaran yang dipakai oleh matematika adalah ilmu deduktif, sedangkan ilmu pengetahuan alam adalah metode induktif atau eksperimen. Namun dalam matematika mencari kebenaran itu bisa dimulai dengan cara induktif, tetapi seterusnya generalisasi yang benar untuk semua keadaan harus bisa dibuktikan secara deduktif. Dalam matematika suatu generalisasi, sifat, teori atau dalil itu belum dapat diterima kebenarannya sebelum dapat dibuktikan secara deduktif. Sebagai contoh, dalam ilmu biologi berdasarkan pada pengamatan, dari beberapa binatang menyusui ternyata selalu melahirkan. Sehingga kita bisa membuat generalisasi secara induktif bahwa setiap binatang menyusui adalah melahirkan.

Generalisasi yang dibenarkan dalam matematika adalah generalisasi yang telah dapat dibuktikan secara deduktif. Contoh: untuk pembuktian jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap. Pembuktian secara deduktif sebagai berikut: andaikan m dan n sembarang dua bilangan bulat maka $2m + 1$ dan $2n + 1$ tentunya masing-masing

merupakan bilangan ganjil. Jika kita jumlahkan $(2m + 1) + (2n + 1) = 2(m + n + 1)$. Karena m dan n bilangan bulat maka $(m+n+1)$ bilangan bulat, sehingga $2(m + n + 1)$ adalah bilangan genap. Jadi jumlah dua bilangan ganjil selalu genap.

Hal ini untuk membiasakan siswa berpikir deduktif dalam belajarnya dikarenakan matematika merupakan ilmu yang bersifat abstrak dan penalarannya deduktif. Guru dapat mendesain kegiatan pembelajaran yang mampu mengungkap menggunakan pola pikir deduktif. Namun bagi siswa penggunaan pola pikir deduktif ini sering dipandang berat, misalnya pembuktian dengan pola pikir deduktif. Penggunaan pola pikir deduktif dapat diperkenalkan melalui penggunaan definisi atau teorema dalam pemecahan masalah Hudojo (2005).

Dapat disimpulkan bahwa pengertian deduktif adalah pengambilan kesimpulan untuk suatu atau beberapa kasus khusus yang didasarkan kepada suatu fakta umum. Metode ini diawali dari pembentukan teori, hipotesis, definisi operasional, instrumen dan operasionalisasi. Dengan kata lain, untuk memahami suatu gejala terlebih dahulu harus memiliki konsep dan teori tentang gejala tersebut dan selanjutnya dilakukan penelitian di lapangan. Dengan demikian konteks penalaran deduktif tersebut, konsep dan teori merupakan kata kunci untuk memahami suatu gejala. Sebagai contoh:

Premis 1: Jika ada 2 garis sejajar, maka sudut-sudut yang dibentuk kedua garis sejajar tersebut dengan garis yang ketiga adalah sama.

Premis 2: Jumlah sudut yang dibentuk oleh sebuah garis lurus adalah 180 derajat.

Pada intinya, pembuktian dengan penalaran induktif seperti ditunjukkan di atas belum dapat meyakinkan orang lain, termasuk para pembaca naskah ini, bahwa rumus atau pernyataan tersebut akan benar untuk seluruh nilai n . Untuk itu, alternatif pembuktian secara deduktif akan dikomunikasikan seperti ditunjukkan dengan Tabel 1. Langkah pertamanya adalah dengan memisalkan bilangan yang dipilih adalah x pada cara II dan suatu persegi pada cara I yang mewakili atau melambangkan suatu bilangan sembarang dari anggota semesta pembicaraannya.

Tabel 1. Contoh Pembuktian Secara Deduktif

Langkah/Perintah	Cara I	Cara II
1. Pilih suatu bilangan sebarang	Dimasukkan yang dipilih adalah: ■	Dimasukkan bilangan yang dipilih adalah x
2. Tambahkan 3	■ ● ● ●	$x + 3$
3. Kalikan dengan 2 (dilipat duakan)	■ ● ● ● ■ ● ● ●	$2(x + 3) = 2x + 6$
4. Kurangi dengan 4	■ ● ■ ●	$2x + 2$
5. Bagi dengan 2	■ ●	$x + 1$
6. Kurangi dengan bilangan yang anda pilih semula	●	1
7. Sebutkan hasilnya	“satu”	“satu”

Jelaslah bahwa jika pada pembuktian secara induktif digunakan bilangan-bilangan dari anggota semestanya, maka pada pembuktian secara deduktif, langkah pertamanya adalah memisalkan bilangan yang dipilih dengan variabel x ataupun persegi yang dapat diganti untuk mewakili setiap anggota semestanya. Melalui cara seperti ini, jika memang benar bahwa hasil terakhirnya adalah 1 maka dapat disimpulkan bahwa hasil terakhir berupa bilangan 1 tersebut akan berlaku untuk semua bilangan sembarang pada semesta pembicaraannya. Dengan mengikuti ketujuh langkah yang ditentukan, ternyata hasilnya 1, dapat disimpulkan bahwa untuk semua bilangan sembarang yang dipilih, termasuk bilangan negatif, pecahan, dan bentuk akar, hasilnya akan selalu 1.

3. Berpikir Analogi

Analogi dalam kamus bahasa Indonesia diartikan sebagai persamaan atau persesuaian antara dua hal yang berbeda. Menurut Soekadijo (1999: 139) analogi adalah

berbicara tentang dua hal yang berlainan, yang satu bukan yang lain, tetapi dua hal yang berbeda itu dibandingkan satu dengan yang lain. Dalam analogi yang dicari adalah keserupaan dari dua hal yang berbeda, dan menarik kesimpulan atas dasar keserupaan itu. Dengan demikian analogi dapat dimanfaatkan sebagai penjelas atau sebagai dasar penalaran.

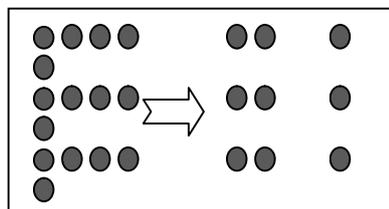
Analogi secara mendalam, yaitu: (1) mampu belajar dan melakukan apa yang diinginkan secara mandiri, (2) menerapkan teknik pemecahan masalah dalam berbagai bidang, (3) mampu menstrukturkan masalah dengan teknik formal, seperti matematika, dan menggunakannya untuk memecahkan masalah, (4) dapat mematahkan pendapat yang tidak relevan serta merumuskan intisari, (5) terbiasa menanyakan sudut pandang orang lain untuk memahami asumsi serta implikasi dari sudut pandang tersebut, (6) peka terhadap perbedaan.

Salah satu metode untuk bernalar adalah dengan menggunakan analogi. Soekardijo (1999: 27) analogi adalah berbicara tentang suatu hal yang berlainan, dan dua hal yang berlainan lalu dibandingkan. Selanjutnya, jika dalam perbandingan hanya diperhatikan persamaan saja tanpa melihat perbedaan, maka timbullah analogi. Diane (Setyono, 1996: 3) mengatakan bahwa dengan analogi suatu permasalahan mudah dikenali, dianalisis hubungannya dengan permasalahan lain, dan permasalahan yang kompleks dapat disederhanakan. Secara umum, Mundiri (2000: 26) mengemukakan bahwa terdapat dua analogi yaitu:

1) Analogi Deklaratif

Analogi deklaratif adalah analogi yang digunakan untuk menjelaskan sesuatu yang belum diketahui atau masih sama, dengan menggunakan hal yang sudah dikenal.

Contoh : Menjelaskan angka 16

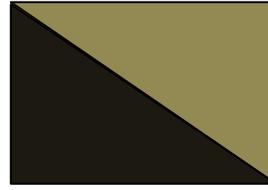


2) Analogi Induktif

Analogi induktif adalah analogi yang disusun berdasarkan persamaan prinsip dari dua hal yang berbeda, selanjutnya ditarik kesimpulan bahwa apa yang terdapat pada hal pertama terdapat pula hal yang kedua. Contoh:



Persegi panjang



dua buah segitiga

3) Berpikir Integratif

Melalui penerapan pendidikan integratif proses pengajaran menjadi lebih kompleks, hal ini melibatkan komponen internal dan eksternal. Dua komponen itu berporos dalam satu kesatuan untuk mencapai tujuan yang diharapkan. (1) Komponen Internal. Terdiri atas tujuan, materi pelajaran, metode, media dan evaluasi (2) Komponen eksternal. Mencakup guru, orang tua dan masyarakat sekelilingnya.

Beberapa definisi mengenai pendidikan integratif secara metodologi proses pembentukan ilmu pengetahuan dalam diri manusia bertahap dari yang bersifat konkret, semi abstrak sampai pada ilmu pengetahuan yang bersifat sangat abstrak. “Suatu konsep belajar keseluruhan yang diterapkan di sekolah sebagai hasil riset sistematis di bidang ilmu syarat, ilmu pengetahuan sosial dan ilmu alam “bahwa mata pelajaran masih terkesan terkotak-kotak”, sehingga semua pelajaran dapat dijadikan satu yang bersifat integral.

4) Berpikir Abstrak

Berpikir abstrak adalah salah satu jenis kemampuan yang merupakan atribut inteligensi. Menurut Termen (Winkel, 1996:139) kemampuan berpikir abstrak ini adalah suatu aspek yang penting dari inteligensi, tetapi bukan satu-satunya aspek. Aspek yang ditekankan dalam kemampuan berpikir abstrak adalah penggunaan efektif dari konsep-konsep serta simbol-simbol dalam menghadapi berbagai situasi khusus dalam menyelesaikan sebuah *problem*.

Kemampuan berpikir abstrak tidak terlepas dari pengetahuan tentang konsep, karena berpikir memerlukan kemampuan untuk membayangkan atau menggambarkan benda dan peristiwa yang secara fisik tidak selalu ada. Orang yang memiliki kemampuan berpikir abstrak baik akan dapat mudah memahami konsep-konsep abstrak dengan baik. Jadi kemampuan berpikir abstrak adalah kemampuan menemukan pemecahan masalah tanpa hadirnya objek permasalahan itu secara nyata, dalam arti siswa melakukan kegiatan berpikir secara simbolik atau imajinatif terhadap objek

permasalahan itu. Untuk menyelesaikan masalah yang bersifat abstrak akan mudah dilakukan oleh orang yang memiliki kemampuan berpikir abstrak yang tinggi. Kemampuan ini dapat dicapai oleh anak yang sudah mencapai tahap operasional formal yang baik.

Sebagai contoh misalnya penggambaran sebuah garis di dalam matematika “seharusnya” tanpa lebar/tebal (ketebalannya = 0) dan tanpa putus (kontinu) tetapi keadaan nyata susah untuk menggambar yang demikian. Bila digambar demikian maka nyaris garis itu tidak dapat terlihat bahkan oleh mikroskop yang paling canggih sekalipun. Umumnya visualisasi yang dapat menggambarkan sebuah garis dengan menggunakan alat tulis apapun akan menghasilkan garis yang “tidak ideal” menurut matematika. Misalnya menggambar garis dengan menggunakan sebuah spidol akan dihasilkan garis yang terlihat dan tidak mungkin garis tersebut tidak memiliki lebar.

SIMPULAN

1. Berpikir induktif, merupakan kebalikan dari berpikir deduktif yaitu proses pengambilan keputusan dimulai dari hal-hal yang bersifat khusus menuju umum. Istilah ini dikenal dengan generalisasi.
2. Berpikir deduktif merupakan proses berpikir yang dimulai dari hal-hal yang bersifat umum menuju pada hal-hal yang bersifat khusus. Dalam logika, berpikir deduktif disebut dengan silogisme.
3. Berpikir analogis, yaitu berpikir untuk mencari hubungan antarperistiwa atas dasar kemiripannya.
4. Berpikir integratif terdapat dua komponen yaitu internal dan eksternal. Internal terdiri atas tujuan, materi pelajaran, metode, media dan evaluasi. Komponen eksternal mencakup guru, orang tua dan masyarakat sekelilingnya.
5. Berpikir abstrak, yaitu berpikir dalam ketidakberhinggaan, sebab bisa dibesarkan atau disempurnakan keluasannya.

DAFTAR PUSTAKA

- Depdiknas. 2003. Kamus Besar Bahasa Indonesia. Edisi ketiga. Jakarta: Balai Pustaka.
- Depdiknas. 2006. *Mata Pelajaran Matematika Sekolah Atas. (SMA) dan Mad-rasah Aliyah (MA)*. Jakarta: Pusat Kurikulum Balitbang.
- Hudojo, Herman.(2005). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. UM Press: Malang.

- Katagiri, Shigeo. (2004). *Mathematical Thinking and How To Teach It*. Tokyo:Meijitosyo Publishers (CRICED, University of Tsukuba).
- Sasanti, Ririn Diyanita. 2005. *Pembelajaran dengan Analogi untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis*. Skripsi UNESA Surabaya: Tidak Diterbitkan.
- Soekardijo. 1999. *logika dasar* . Jakarta: Gramedia.
- Suriasumantri, Jujun S. 2005. *Filsafat Ilmu Sebuah Pengantar Populer*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.
- Tim Dosen Filsafat Ilmu Fakultas Filsafat UGM, *Filsafat Ilmu*, Yogyakarta : Liberty, 1996.
- _____. "Pembuktian melalui deduksi" http://id.wikipedia.org/wiki/Pembuktian_lalui_deduksi. Diakses [9 November 2011]
- _____. "Metodologi Penelitian Bisnis". http://usupress.usu.ac.id/files/Metode%20Penelitian%20Bisnis%20Edisi%2020Normal.pdf_bab%201. Diakses tanggal [9 November 2011]
- _____. *Ilmu dalam Perspektif, Sebuah Kumpulan Karangan Tentang Hakikat Ilmu*, Jakarta : Yayasan Obor Indonesia, 1997.