

Pola Barisan Aritmatika pada Ketukan Irama *Gending Lancaran* dalam Kesenian Alat Musik Gamelan *Tembung Dolanan*

Muhammad Fajrul Falah¹, Marhayati^{2*}, Arini Mayan Fa'ani³

^{1,2,3}Tadris Matematika, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

**Corresponding author:* marhayati@uin-malang.ac.id

Abstrak : Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan eksplorasi pola barisan bilangan aritmatika pada ketukan irama gending lancaran dalam kesenian alat musik gamelan *Tembung Dolanan* studi kasus pada *Gending Gugur Gunung*. Jenis penelitian ini kualitatif dengan pendekatan etnografi. Data yang disajikan dalam penelitian merupakan hasil dari wawancara, observasi, dan dokumentasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pada *Gending Lancaran* yang dimainkan dengan alat musik gamelan memiliki suatu konsep matematika yaitu pola barisan aritmatika yang terdapat di setiap ketukan pada *Tembung Dolanan*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dalam ketukan nada yang dipukul dengan alat musik *Kethuk*, *Kempul*, *Kenong*, dan *Bonang Babok* memuat pola barisan aritmatika. Pada alat musik *Kethuk* pola pukulannya $m_n = 2n - 1$, *Kempul* $m_n = 4n + 2$, *Kenong* $m_n = 4n$, dan *Bonang Babok* $m_n = 4n$.

Kata kunci : *Ketukan, Pukulan, Gamelan, Barisan Aritmatika*

A. Pendahuluan

Matematika yang diajarkan dan dipelajari disekolah dikenal dengan matematika akademik. Sedangkan matematika yang dipraktikkan diantara kelompok budaya seperti masyarakat suku-bangsa, kelompok buruh, anak usia tertentu, dan lain sebagainya dikenal dengan etnomatematika (D'Ambrosio, 1985). Matematika modern muncul dari beragam kelompok budaya, berusaha untuk menyelesaikan masalah unik seperti eksplorasi, kolonisasi, komunikasi, data sensus, perjalanan ruang angkasa, dan teknik pemecahan masalah tertentu bisa muncul dari komunitas tertentu (Orey & Rosa, 2006). Eksplorasi matematika yang muncul dalam dari beragam kelompok budaya memerlukan keterampilan matematis yang kadang tidak terstruktur penyelesaiannya. Pengetahuan yang diperoleh dari matematika akademik dipergunakan dalam melakukan kegiatan eksplorasi matematika yang bersumber dari budaya.

Salah satu warisan budaya yang ada di Indonesia khususnya masyarakat Jawa yaitu Gamelan. Irama gamelan mempunyai karakteristik tersendiri yang merepresentasikan kehidupan bermasyarakat di Jawa (Syarif & Hastuti, 2015). Gamelan merupakan ensambel musik. Dalam Gambelan, berbagai jenis alat musik dimainkan secara bersamaan sehingga menciptakan harmonisasi yang indah (Noor Hidyat Iswara, 2015). Istilah gamelan merujuk pada jenis alat musiknya, yang merupakan satu kesatuan utuh yang dibunyikan secara bersamaan (Iswantoro, 2018). Gamelan merupakan suatu wujud dari seperangkat alat musik yang instrumennya didominasi oleh suara sumber bunyi dengan bahan logam (perunggu) yang dilaraskan ke dalam 2 sistem pelarasan, yaitu *laras pelog* dan *laras slendro*. Di dalam gamelan juga terdapat instrumen dengan sumber bunyi dari kayu, dawai (baik yang dipetik maupun digesek), udara (instrumen tiup), dan instrumen dari logam (perunggu) (Hastanto, 2006). Khusus di pulau Jawa, gamelan terdiri dari beberapa alat musik yaitu *kenong*, *bonang barung (babok)*, *kendang*, *bonang penerus*, *peking*, *saron*, *demung*, *kethuk*, *kempyang*, *gender*, *slenthem*, *rebab*, *gambang*, *suling*, *siter*, *kempul*, dan *gong*.

Di dalam masyarakat Jawa, orkestra musik khususnya gamelan dikenal dengan nama “Karawitan” yang berarti rumit, halus, dan kecil (Iswantoro, 2018). Karawitan merupakan seni musik khas Jawa yang didalamnya terdapat unsur halus, indah, serta rumit atau *ngrawit* (Aji, 2019). Dalam memainkan suatu lagu di karawitan perlu adanya sebuah notasi yang harus sesuai dengan irama lagu tersebut. *Gending* merupakan sebuah lagu di dalam karawitan. (Karahinan, 1991) dalam karyanya yang berjudul “*Gendhing-Gendhing Mataraman Gaya Yogyakarta dan Cara Menabuh*”, menjelaskan macam-macam gending dengan pengelompokannya yaitu ada *gending ageng* (besar), *gending tengahan*, dan *gending alit (lancaran, bubaran, ketawang, dan ladrang)*

Gamelan Jawa mempunyai keunikan di dalam nadanya, hal ini terlihat dari nada-nadanya yang pentatonic, yaitu nada *slendro* dan nada *pelog* (Hastuti & Syarifzh, 2016). Nada *slendro* mempunyai 5 nada per oktaf, yaitu C-, D, E+, G, A (1 2 3 4 5) dengan nada intervalnya yang hampir sama atau jika terdapat perbedaan maka intervalnya sangat kecil. Sedangkan nada *pelog* mempunyai 7 nada per oktaf, yaitu C+, D, E-, F#, G#, A, B (1 2 3 4 5 6 7) dengan selisih perbedaan suatu nada intervalnya yang sangat besar (Sa’adah, 2019). Komposisi musik Gamelan atau Karawitan memiliki beberapa aturan, diantaranya harus terdiri dari beberapa putaran lagu serta

pathet atau pengaturan dalam nadanya. Setiap putaran ditentukan oleh suatu gong serta iramanya harus dibuat dari 4 nada.

Untuk memainkan sebuah instrumen gamelan, diperlukan komposisi gending yang berisi beberapa aspek nada serta irama tertentu. Komposisi gending secara umum dibagi menjadi atas 4 jenis irama yaitu ada *lancaran*, *ladrang*, *ketawang*, dan *gending*. Perbedaan yang menonjol dari 4 jenis irama atau instrumen tersebut adalah cepat atau lambatnya dalam sebuah tempo. Khusus *Gending Lancaran* merupakan suatu wujud gending cepat yang terdiri dari 16 beat atau dalam bahasa Jawa dikenal sebagai “*balungan*”. Pada 16 beat tersebut, alat musik yang berbeda-beda dipukul secara bergantian, seperti *kethuk*, *kempul*, *kenong*, dan *bonang babok* sehingga menghasilkan irama yang harmonis.

Tangga nada dalam karawitan mempunyai pola ketukan yang dimainkan di setiap alat musik gamelan. Setiap alat musik mempunyai peranan khusus dalam membentuk sebuah lagu, dengan kata lain setiap alat musik mempunyai pola irama tersendiri sehingga bisa memperoleh lagu yang indah. Pola ketukan atau irama tersebut dapat direpresentasikan dalam konsep matematis, yaitu pola barisan bilangan (Osada, 2018). Pola bilangan secara umum dikenal dalam sebuah susunan dari beberapa bilangan, yang dimana pola tersebut memiliki susunan yang teratur ataupun suatu susunan bilangan yang terdiri dari beberapa bilangan berbeda yang membentuk suatu pola. Hal ini sesuai dengan observasi yang dilakukan oleh peneliti bahwa rangkaian tangga nada yang ada dalam musik gamelan mengandung pola barisan bilangan.

Penelitian mengenai kaitan antara gamelan dengan matematika telah dilakukan oleh beberapa peneliti, yang mengaitkan dengan pembelajaran maupun eksplorasi konsep matematika (Nuryadi & Kholifa, 2020; Osada, 2018; Supriyono, dkk., 2021; Zhoga, 2019; Zhoga, dkk., 2021). Penelitian yang serupa dilakukan oleh Dewi, dkk. (2020) mengenai pola barisan bilangan aritmetika pada pukulan ketukan dalam *Gending Ketawang* di Gamelan Yogyakarta. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa pada setiap memainkan Gamelan dengan pukulan ketukan tembang Jawa *Gending Ketawang* memuat konsep matematika berupa pola barisan bilangan Aritmetika (Dewi et al., 2020). Dengan demikian, ketukan irama gamelan memuat unsur matematis. Berdasarkan empat jenis komposisi gending yaitu *lancaran*, *ladrang*, *ketawang*, dan *gending*, penelitian ini fokus pada gending *lancaran*. Dari semua alat musik yang terdapat dalam gamelan, penelitian ini

fokus pada ketukan alat musik *Kethuk, Kempul, Kenong, dan Bonang Babok*. Penelitian ini mengambil studi kasus *Gending Lancaran* pada *Tembung Dolanan* yaitu *gending Gugur Gunung* khususnya pada bait pertama. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan eksplorasi pola barisan bilangan aritmatika pada ketukan irama *gending lancaran* dalam kesenian alat musik gamelan *Tembung Dolanan* yaitu *gending Gugur Gunung*.

B. Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, metode penelitian yang digunakan adalah metode kualitatif deskriptif dengan pendekatan etnografi. Tahapan penelitian yang dilakukan yaitu (1) tahap pendahuluan berisi penentuan topik penelitian dan tempat penelitian, (2) tahap penyusunan instrumen penelitian berupa observasi dan wawancara, (3) pengumpulan data, (4) analisis data. Objek penelitian ini *Gending Lancaran*, studi kasus pada *Gending Gugur Gunung*. Wawancara dilakukan kepada praktisi karawitan yang berada di Desa Tarokan, Kec. Tarokan, Kab. Kediri. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti dibantu dengan instrumen pendukung berupa observasi dan wawancara. Instrumen observasi digunakan untuk melakukan pengamatan pada alat musik karawitan terutama pada cara memainkan alat musik yang dibantu dengan lembar catatan lapangan. Sedangkan instrumen wawancara digunakan untuk menggali informasi terkait cara memainkan alat musik karawitan. Data yang terkumpul direduksi, difokuskan mengenai pola ketukan yang dimainkan pada alat musik karawitan, kemudian dideskripsikan.

C. Hasil dan Pembahasan

Gending Lancaran merupakan suatu wujud gending cepat yang terdiri dari 16 ketukan. Bait pada *Gending Lancaran* dalam bahasa Jawa dikenal sebagai “*balungan*” yang dalam satu baitnya terdapat 4 gatra dalam setiap gong. Misalkan terdapat 16 nada atau notasi angka yang ditulis 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 dalam satu bait, maka di setiap angka 4 terakhir akan ditandai dengan satu kali pukulan gong untuk mengakhiri setiap *balungan* nya. Di dalam *Gending Lancaran*, umumnya syarat gending tersebut harus ada 16 nada atau notasi di dalam satu barisnya. Pada Karawitan 1 bait (16 nada) dibagi kedalam 4 *gatra* (larik), dengan setiap

1 *gatra* itu di dalamnya ada 4 nada. Sehingga dalam sebuah Gending Lancaran terdapat syarat yaitu dalam satu bait harus terdapat 4 *gatra* yang memuat 16 nada atau 16 ketukan. Dalam *Lancaran* 16 nada tersebut sudah bisa dikatakan sebuah lagu, serta rata-rata *Lancaran* itu sendiri biasanya ditambah 3 bait lagi, sehingga ada 4 bait yang memuat 64 nada dan 16 *gatra*.

Di setiap *Gending Lancaran* ada beberapa instrumen yang digunakan diantaranya meliputi instrumen *kolotomis*, *pencon*, dan *balungan*. Sedangkan di instrumen *kolotomis* alat yang dimainkan adalah *kenong*, *bonang babok*, *kempul*, dan *kethuk*. Hal mendasar yang membedakan antara *Gending Lancaran* dengan *gending* lainnya yaitu sebuah urutan dari suatu ketukan atau instrumen itu sendiri. Instrumen yang digunakan dalam *Gending Lancaran* dalam *gending Gugur Gunung* tampak dalam Gambar 1.

Lancaran Gugur Gunung laras pélog pathet barang (Wasitodiningrat)																	
Gatra ke-1				Gatra ke-2				Gatra ke-3				Gatra ke-4					
Buka	•	3	2	3	•	6	•	5	•	7	•	6	•	3	•	②	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Urutan nada
[•	6	•	7̇	•	6̇	•	7̇	•	3̇	•	5̇	•	7̇	•	⑥	Bait ke-1
	•	2̇	•	7̇	•	2̇	•	7̇	•	6̇	•	5̇	•	2̇	•	③	Bait ke-2
	•	5̇	•	6̇	•	5̇	•	6̇	•	2̇	•	3̇	•	6̇	•	⑤	Bait ke-3
	•	2̇	•	3̇	•	2̇	•	3̇	•	6̇	•	5̇	•	3̇	•	②	Bait ke-4
]																	

Gambar 1. Instrumen *Gending Lancaran*

Gatra merupakan baris dalam satu bait (*padha*) di dalam sebuah tembang/lagu. Pada Gambar 1, tembang Gugur Gunung terdiri dari 4 *padha* dengan 1 *padha* terdiri dari 4 *gatra*. *Gatra* ke-1 artinya baris ke-1, *gatra* ke-2 artinya baris ke-2, *gatra* ke-3 artinya baris ke-3, dan seterusnya. Dan dari *gatra* ke-1 hingga *gatra* ke-4 dapat diurutkan menjadi beberapa urutan nada, yaitu nada ke-1 hingga ke-16. Urutan nada ke-1 berupa titik atau ketukan pertama. Nada ke-2 berupa ketukan nada 6, 2, 5, 2. Urutan ke-3 berupa titik atau ketukan. Urutan ke-4 adalah ketukan nada 7, 7, 6, 3. Urutan nada ke-5 adalah titik atau ketukan. Urutan ke-6 adalah ketukan nada 6, 2, 5, 2. Urutan nada ke-7 adalah titik atau ketukan. Urutan ke-8 adalah 7, 7, 6, 3. Urutan nada ke-9 adalah titik atau ketukan.

Urutan ke-10 adalah ketukan nada 3, 6, 2, 6. Urutan nada ke-11 adalah titik atau ketukan. Urutan ke-12 adalah ketukan nada 5, 5, 3, 5. Urutan nada ke-13 adalah titik atau ketukan. Urutan ke-14 adalah ketukan nada 7, 2, 6, 3. Urutan nada ke-15 adalah titik atau ketukan. Dan yang terakhir adalah urutan ke-16 adalah ketukan nada 6, 3, 5, 2.

Pada *Gending Lancaran* khususnya dalam *Tembung Dolanan Gending Gugur Gunung* untuk memudahkan analisis digunakan beberapa simbol yaitu +, U, O, dan (). Simbol tersebut berfungsi sebagai penanda alat musik yang harus di pukul sesuai dengan ketukan nada. Nada dan simbol pada instrumen *Gending Lancaran Gugur Gunung* dapat dilihat dalam Gambar 2.

Buka																
•	3	2	3	•	6	•	5	•	7	•	6	•	3	•	②	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
[+	6	+	7	+	6	+	7	+	3	+	5	+	7	+	⑥
	+	2	+	7	+	2	+	7	+	6	+	5	+	2	+	③
	+	5	+	6	+	5	+	6	+	2	+	3	+	6	+	⑤
	+	2	+	3	+	2	+	3	+	6	+	5	+	3	+	②
]																

Gambar 2. Simbol nada pada Instrumen *Gending Lancaran Gugur Gunung* (alat musik *Kethuk*, *Kenong*, *Kempul*, dan *Gong Suwuk*)

Keterangan simbol:

+ = Nada yang dipukul dengan alat musik *Kethuk*

U = Nada yang dipukul dengan alat musik *Kempul*

O = Nada yang dipukul dengan alat musik *Kenong*

() = Nada yang dipukul dengan alat musik *Gong Suwuk*

Dalam Gambar 2, simbol “+” menunjukkan alat musik *Kethuk* dipukul pada saat nada ke 1,3,5,7,9,11,13, dan 15 dalam satu baitnya (satu *padha*). Simbol “U” menunjukkan bahwa alat music *kempul* dipukul pada saat nada ke 6,10, dan 14 dalam satu baitnya (satu *padha*). Simbol “O” menunjukkan bahwa alat music *Kenong* dipukul pada saat nada ke 4, 8, 12, dan 16 dalam satu baitnya (satu *padha*).

Untuk alat musik *Bonang Babok* dan *Bonang Penerus*, terdapat beberapa simbol untuk menunjukkan alat musik yang dipukul sesuai dengan simbol yang ditulis. Simbol tersebut diantaranya adalah * dan ∞. Nada dan simbol pada alat musik tersebut dapat dilihat dalam Gambar 3 seperti berikut.

Buka																
•	3	2	3	•	6	•	5	•	7	•	6	•	3	•	(2)	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
[•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞
	•	6	•	7	•	6	•	7	•	3	•	5	•	7	•	(6)
	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞
	•	2	•	7	•	2	•	7	•	6	•	5	•	2	•	(3)
	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞
	•	5	•	6	•	5	•	6	•	2	•	3	•	6	•	(5)
	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞	•	*	*	∞
	•	2	•	3	•	2	•	3	•	6	•	5	•	3	•	(2)
]																

Gambar 3. Simbol nada pada Instrumen *Gending Lancaran Gugur Gunung* (alat musik *Bonang Babok* dan *Bonang Penerus*)

Keterangan simbol:

∞ = Nada yang dipukul dengan alat musik *Bonang Babok*

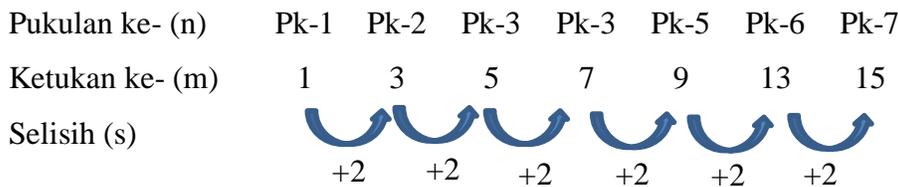
* = Nada yang dipukul dengan alat musik *Bonang Penerus*

Dalam Gambar 3, simbol “∞” menunjukkan bahwa alat musik *Bonang Babok* dipukul pada nada oktaf 7, 7, 5, dan 6 yang urutan nadanya pada ketukan ke-4, 8, 12, dan 16 dalam bait pertama (*padha* pertama). Simbol “*” menunjukkan bahwa alat musik *Bonang Penerus* dipukul 3 kali ketukan terakhir dalam satu *gatra* secara berurutan, dengan nada oktaf yang mengikuti nada oktaf terakhir pada 1 *gatranya* yang urutan nadanya pada ketukan ke-2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, dan 16 dalam satu bait (satu *padha*).

Dari hasil pengamatan pada Gambar 2 dan Gambar 3, urutan pemukulan alat musik *Kethuk*, *Kempul*, *Kenong*, dan *Bonang Babok* membentuk suatu pola bilangan. Analisis lebih lanjut mengenai pola bilangan dari ketukan alat musik gamelan yang digunakan 4 *gatra* atau dalam satu bait saja, dijelaskan sebagai berikut.

1. *Kethuk*

Sesuai dengan Gambar 2, nada yang dipukul menggunakan alat musik *Kethuk* dengan simbol “+” yaitu pada ketukan ke- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, dan 15. Pukulan kesatu dimulai dari ketukan ke-1. Pukulan kedua dilakukan pada ketukan ke-3. Pukulan ketiga dilakukan pada ketukan ke-5, dan seterusnya hingga pukulan kedelapan dilakukan pada ketukan ke-15. Pukulan ke- n (Pk- n), ketukan ke- n (m_n) dengan $n = 1, 2, 3, \dots, n$, dan selisih antar ketukan untuk setiap pukulan disimbolkan s . Pukulan pertama di mulai ketukan ke-1 disimbolkan m_1 . Pola pukulan dan ketukan *Kethuk* di tunjukkan sebagai berikut.



Hasil dari analisis diketahui bahwa selisih dari setiap pukulan selalui konstan, yaitu sebanyak 2 ketukan. Analisis lebih lanjut pola ketukan nada alat musik *Kethuk* dapat dilihat dalam Tabel 1.

Tabel 1. Pola Pukulan Alat Musik *Kethuk*

Pukulan ke-(n)	Ketukan ke-(m)	Pola Barisan	Rumus Pola Barisan
1	1	$1 = 1 = 1 + (1 - 1)2$	$m_1 = m_1$
2	3	$3 = 1 + 2 = 1 + (2 - 1)2$	$m_2 = m_1 + s = m_1 + (2 - 1)s$
3	5	$5 = 1 + 2 + 2 = 1 + (3 - 1)2$	$m_3 = m_1 + s + s = m_1 + (3 - 1)s$
4	7	$7 = 1 + 2 + 2 + 2 = 1 + (4 - 1)2$	$m_4 = m_1 + s + s + s = m_1 + (4 - 1)s$
5	9	$9 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 1 + (5 - 1)2$	$m_5 = m_1 + s + s + s + s = m_1 + (5 - 1)s$
6	11	$11 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 1 + (6 - 1)2$	$m_6 = m_1 + s + s + s + s + s = m_1 + (6 - 1)s$
7	13	$13 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 1 + (7 - 1)2$	$m_7 = m_1 + s + s + s + s + s + s = m_1 + (7 - 1)s$
8	15	$15 = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 1 + (8 - 1)2$	$m_8 = m_1 + s + s + s + s + s + s + s = m_1 + (8 - 1)s$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	m	$m_n = 1 + 2 + 2 + \dots + 2 = 1 + (n - 1)2$	$m_n = m_1 + s + s + \dots + s = m_1 + (n - 1)s$

Berdasarkan data dalam Tabel 1, mencari ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n alat musik *Kethuk* dapat dicari dengan rumus $m_n = 1 + (n - 1)2$. Dengan pukulan ke-1 dimulai pada ketukan ke-1, dengan selisih tetap yaitu 2 dapat di cari ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n dapat dicari rumus umumnya yaitu:

$$\text{Ketukan ke } - n = m_n = 1 + (n - 1)2$$

$$m_n = 1 + 2n - 2$$

$$m_n = 2n - 1$$

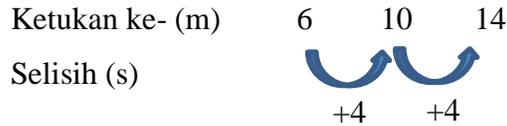
Sehingga diperoleh bentuk umum pukulan dari alat musik *Kethuk* yaitu $m_n = 2n - 1$.

Jika m_n merupakan suku ke- n dari suatu urutan bilangan, maka ketukan ke-1 merupakan suku pertama (m_1), ketukan ke-3 merupakan suku kedua (m_2), ketukan ke-5 merupakan suku ketiga (m_3), ketukan ke-7 merupakan suku keempat (m_4), dan seterusnya. Setiap suku pada barisan ketukan nada alat musik *Kethuk* memiliki selisih yang tetap (s) yaitu 2 ketukan, hal ini berarti barisan tersebut membentuk barisan Aritmetika. Dapat diketahui pada ketukan alat musik *Kethuk* yang memiliki suku pertama 1 ($m_1 = 1$) serta selisih atau beda 2 ($s = 2$). Bentuk umum barisan aritmatika ditulis $m_n = m_1 + (n - 1)s$. Rumus tersebut sesuai dengan konsep barisan bilangan Aritmetika yang merupakan barisan bilangan dengan selisih antara dua suku berurutan bernilai tetap (Kemendikbud, 2015).

2. Kempul

Sesuai dengan Gambar 2, nada yang dipukul menggunakan alat musik *Kempul* dengan simbol “U” yaitu pada ketukan ke- 6, 10, dan 14. Pukulan kesatu dimulai dari ketukan ke-6. Pukulan kedua dilakukan pada ketukan ke-10, dan pukulan ketiga dilakukan pada ketukan ke-14. Pukulan ke- n (Pk- n), ketukan ke- n (m_n) dengan $n = 1, 2, 3, \dots, n$, dan selisih antar ketukan untuk setiap pukulan disimbolkan s . Pukulan pertama di mulai ketukan ke-1 disimbolkan m_1 . Pola pukulan dan ketukan *Kempul* ditunjukkan sebagai berikut.

$$\text{Pukulan ke- (n)} \quad \text{Pk-1} \quad \text{Pk-2} \quad \text{Pk-3}$$



Hasil dari analisis diketahui bahwa selisih dari setiap pukulan sebanyak 4 ketukan. Analisis lebih lanjut pola ketukan nada alat musik *Kempul* dapat dilihat dalam Tabel 2.

Tabel 2. Pola Pukulan Alat Musik *Kempul*

Pukulan ke- (n)	Ketukan ke- (m)	Pola Barisan	Rumus Pola Barisan
1	6	$6 = 6 = 6 + (1 - 1)4$	$m_1 = m_1$
2	10	$10 = 6 + 4 = 6 + (2 - 1)4$	$m_2 = m_1 + s = m_1 + (2 - 1)s$
3	14	$14 = 6 + 4 + 4 = 6 + (3 - 1)4$	$m_3 = m_1 + s + s = m_1 + (3 - 1)s$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	m_n	$m_n = 6 + 4 + 4 + \dots + 4$ $= 6 + (n - 1)4$	$m_n = m_1 + s + s + \dots + s$ $= m_1 + (n - 1)s$

Berdasarkan data dalam Tabel 2, ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n alat musik *Kempul* dapat dicari dengan rumus $m_n = 6 + (n - 1)4$. Dengan pukulan ke-1 dimulai pada ketukan ke-6, dengan selisih tetap yaitu 4 dapat di cari ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n dapat dicari rumus umumnya yaitu:

$$\text{Ketukan ke- } n = m_n = 6 + (n - 1)4$$

$$m_n = 6 + 4n - 4$$

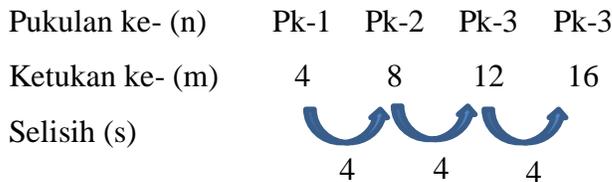
$$m_n = 4n + 2$$

Sehingga diperoleh bentuk umum pukulan dari alat musik *Kempul* yaitu $m_n = 4n + 2$.

Jika m_n merupakan suku ke- n dari suatu urutan bilangan, maka ketukan ke-6 merupakan suku pertama (m_1), ketukan ke-10 merupakan suku kedua (m_2), dan ketukan ke-14 merupakan suku ketiga (m_3). Setiap suku pada barisan ketukan nada alat musik *Kempul* memiliki selisih yang tetap (s), yaitu 4 ketukan, hal ini berarti bahwa barisan tersebut membentuk barisan Aritmetika. Dapat diketahui pada ketukan alat musik *Kempul* yang memiliki suku pertama 6 ($m_1 = 6$) serta selisih atau beda 4 ($s = 4$). Bentuk umum barisan aritmatika ditulis $m_n = m_1 + (n - 1)s$. Rumus tersebut sesuai dengan konsep barisan bilangan Aritmetika yang merupakan barisan bilangan dengan selisih antara dua suku berurutan bernilai tetap (Kemendikbud, 2015).

3. *Kenong*

Sesuai dengan Gambar 2, nada yang dipukul menggunakan alat musik *Kenong* dengan simbol “ \cap ” yaitu pada ketukan ke- 4, 8, 12, dan 16. Pukulan kesatu dimulai dari ketukan ke-4. Pukulan kedua dilakukan pada ketukan ke-8. Pukulan ketiga dilakukan pada ketukan ke-12, dan pukulan keempat dilakukan pada ketukan ke-16. Pukulan ke- n (Pk- n), ketukan ke (m_n) dengan $n = 1, 2, 3, \dots, n$, dan selisih antar ketukan untuk setiap pukulan disimbolkan s . Pukulan pertama di mulai ketukan ke-1 disimbolkan m_1 . Pola pukulan dan ketukan *Kenong* ditunjukkan sebagai berikut.



Hasil analisis menunjukkan selisih dari setiap pukulan sebanyak 4 ketukan. Analisis lebih lanju pola ketukan nada alat musik *Kenong* dapat dilihat dalam Tabel 3.

Tabel 3. Pola Pukulan Alat Musik *Kenong*

Pukulan ke- (n)	Ketukan ke- (m)	Pola Barisan	Rumus Pola Barisan
1	4	$4 = 4 = 4 + (1 - 1)4$	$m_1 = m_1$
2	8	$8 = 4 + 4 = 4 + (2 - 1)4$	$m_2 = m_1 + s = m_1 + (2 - 1)s$
3	12	$12 = 4 + 4 + 4 = 4 + (3 - 1)4$	$m_3 = m_1 + s + s = m_1 + (3 - 1)s$
4	16	$16 = 4 + 4 + 4 + 4 = 4 + (4 - 1)4$	$m_4 = m_1 + s + s + s$ $= m_1 + (4 - 1)s$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	m	$m_n = 4 + 4 + \dots + 4 = 4 + (n - 1)4$	$m_n = m_1 + s + s + \dots + s$ $= m_1 + (n - 1)s$

Berdasarkan data dalam Tabel 3, nada ke- m pada pukulan ke- n alat musik *Kenong* dapat dicari dengan rumus $m_n = 4 + (n - 1)4$. Pukulan ke-1 dimulai pada ketukan ke-4, dengan selisih tetap yaitu 4 sehingga dapat di cari ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n dengan rumus umumnya sebagai berikut.

$$\text{Ketukan ke } - n = m_n = 4 + (n - 1)4$$

$$m_n = 4 + 4n - 4$$

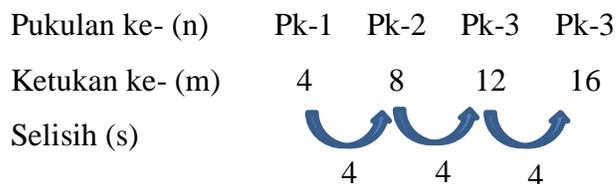
$$m_n = 4n$$

Sehingga diperoleh bentuk umum pukulan dari alat musik *Kenong* yaitu $m_n = 4n$.

Jika m_n merupakan suku ke- n dari suatu urutan bilangan, maka ketukan ke-4 merupakan suku pertama (m_1), ketukan ke-8 merupakan suku kedua (m_2), ketukan ke-12 merupakan suku ketiga (m_3), dan ketukan ke-16 merupakan suku keempat (m_4). Setiap suku pada barisan ketukan nada alat musik *Kenong* memiliki selisih yang tetap 4 ($s = 4$) ketukan, hal ini berarti bahwa pola tersebut membentuk barisan Aritmetika. Diketahui pada ketukan alat musik *Kenong* yang memiliki suku pertama 4 ($m_1 = 4$) serta selisih atau beda 4 ($s = 4$). Bentuk umum barisan aritmatika ditulis $m_n = m_1 + (n - 1)s$. Rumus tersebut sesuai dengan konsep barisan bilangan Aritmetika yang merupakan barisan bilangan dengan selisih antara dua suku berurutan bernilai (Kemendikbud, 2015).

4. *Bonang Babok*

Sesuai dengan Gambar 2, nada yang dipukul menggunakan alat musik *Bonang Babok* dengan simbol “∞” yaitu pada ketukan ke- 4, 8, 12, dan 16. Pukulan kesatu dimulai dari ketukan ke-4. Pukulan kedua dilakukan pada ketukan ke-8. Pukulan ketiga dilakukan pada ketukan ke-12, dan pukulan keempat dilakukan pada ketukan ke-16. *Bonang Babok* mempunyai ketukan yang sama dengan *Kenong*. Ini berarti *Kenong* dan *Bobang Babok* di pukul pada saat yang bersamaan. Pola pukulan dan ketukan *Bobang Babok* ditunjukkan sebagai berikut.



Selisih dari setiap pukulan sebanyak 4 ketukan. Analisis lebih lanjut pola ketukan nada alat musik *Bonang Babok* dapat dilihat dalam Tabel 4.

Tabel 4. Pola Pukulan Alat Musik *Bonang Babok*

Pukulan ke-(n)	Ketuka n ke-(m)	Pola Barisan	Rumus Pola Barisan
1	4	$4 = 4 = 4 + (1 - 1)4$	$m_1 = m_1$

2	8	$8 = 4 + 4 = 4 + (2 - 1)4$	$m_2 = m_1 + s = m_1 + (2 - 1)s$
3	12	$12 = 4 + 4 + 4 = 4 + (3 - 1)4$	$m_3 = m_1 + s + s = m_1 + (3 - 1)s$
4	16	$16 = 4 + 4 + 4 + 4 = 4 + (4 - 1)4$	$m_4 = m_1 + s + s + s = m_1(4 - 1)s$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	m	$m_n = 4 + 4 + 4 + \dots + 4 = 4 + (n - 1)4$	$m_n = m_1 + (n - 1)s$

Berdasarkan data dalam Tabel 3, nada ke- m pada pukulan ke- n alat musik *Bonang Babok* dapat dicari dengan rumus $m_n = 4 + (n - 1)4$. Pukulan ke-1 dimulai padaa ketukan ke-4, dengan selisih tetap yaitu 4 dapat di cari ketukan nada ke- m pada pukulan ke- n dengan rumus umumnya sebagai berikut.

$$\text{Ketukan ke } - n = m_n = 4 + (n - 1)4$$

$$m_n = 4 + 4n - 4$$

$$m_n = 4n$$

Sehingga diperoleh bentuk umum pukulan dari alat musik *Bonang Babok* yaitu $m_n = 4n$.

Jika m_n merupakan suku ke- n dari suatu urutan bilangan, maka ketukan ke-4 merupakan suku pertama (m_1), ketukan ke-8 merupakan suku kedua (m_2), ketukan ke-12 merupakan suku ketiga (m_3), dan ketukan ke-16 merupakan suku keempat (m_4). Setiap suku pada barisan ketukan nada alat musik *Bonang Babok* memiliki selisih yang tetap yaitu 4 ketukan, hal ini berarti barisan tersebut membentuk barisan Aritmetika. Dapat diketahui pada ketukan alat musik *Bonang Babok* yang memiliki suku pertama 4 ($m_1 = 4$) serta selisih atau beda 4 ($s = 4$). Bentuk umum barisan aritmatika ditulis $m_n = m_1 + (n - 1)s$. Rumus tersebut sesuai dengan konsep barisan bilangan Aritmetika yang merupakan barisan bilangan dengan selisih antara dua suku berurutan bernilai (Kemendikbud, 2015).

Dengan mengetahui pola dari setiap pukulan masing-masing alat musik gamelan, dan mengetahui rumus dari setiap alat musik yang dimainkan maka para pemain dapat mengetahui kapan saat memulai memukul alat musik yang digunakan. Dari hasil analisis diketahui bahwa alat musik *Kethuk* memiliki rumus ketukan yaitu $m_n = 2n - 1$. Berdasarkan rumus tersebut pemain *Kethuk* dapat dengan mudah untuk mengetahui kapan saja harus mulai memukul alat

musik *Kethuk*. Alat musik *Kethuk* dipukul pada ketukan ke-1 serta setiap 2 kali ketukan berikutnya.

Pada alat musik *Kempul* dengan rumusnya $m_n = 4n + 2$, pemain *kempul* dapat mulai memukul pada ketukan ke-6 serta setiap 4 kali ketukan berikutnya. Kemudian pada alat musik *Kenong* dengan rumusnya yaitu $m_n = 4n$, pemain *Kenong* bisa memulai memainkan alat musik *Kenong* pada ketukan ke-4 selanjutnya pada setiap 4 kali ketukan berikutnya. Dan pada alat musik *Bonang Babok* dimana rumusnya yaitu $m_n = 4n$, sehingga pemain *Bonang Babok* dapat memulai memukul pada ketukan ke-4 serta pada setiap 4 kali ketukan berikutnya. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian Dewi, dkk. (2020) yaitu terdapat pola barisan bilangan Aritmetika pada ketukan salah satu tembang Jawa yaitu *Gending Ketawang* (Dewi et al., 2020).

D. Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka diperoleh kesimpulan bahwa dalam ketukan nada yang dipukul dengan alat musik *Kethuk*, *Kempul*, *Kenong*, dan *Bonang Babok* memuat barisan aritmatika. Nada yang dipukul dengan alat musik *Kethuk* pada ketukan ke- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, dan 15 membentuk pola barisan aritmatika $m_n = 2n - 1$. Nada yang dipukul dengan alat musik *Kempul* pada ketukan ke- 6, 10, dan 14 membentuk barisan aritmatika $m_n = 4n + 2$. Nada yang dipukul dengan alat musik *Kenong* pada ketukan ke- 4, 8, 12, dan 16 sehingga membentuk pola barisan aritmatika $m_n = 4n$. Nada yang dipukul dengan alat musik *Bonang Babok* pada ketukan ke- 4, 8, 12, 16 membentuk barisan aritmatika $m_n = 4n$.

Hasil ini penelitian ini dapat digunakan guru dalam mengembangkan pembelajaran kontekstual berbasis budaya. Bagi peneliti lain, penelitian ini bisa digunakan sebagai dasar untuk mengeksplorasi unsur matematika pada alat musik lainnya.

Daftar Pustaka

- Aji, A. S. (2019). Konsep Mandheg dalam Karawitan Gaya Surakarta. *Resital: Jurnal Seni Pertunjukan*, 20(2), 81–95. <https://doi.org/10.24821/resital.v20i2.3219>
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and Its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(February 1985), 44-48 (in 'Classics').

- Dewi, A. F. K., Kinanti, M., & Sulistyorini, P. (2020). Pola Barisan Aritmetika pada Pukulan Ketukan Dalam Gending Ketawang di Gamelan Yogyakarta. In Susanto, E. ; Kustriyono, D. A. ; Fajar, & A. C. Dewanto (Eds.), *Seminar Nasional Pendidikan Matematika* (pp. 7–14). http://repository.usd.ac.id/36938/1/5884_Sandika_Days_Bella_Haniek.pdf
- Hastanto, S. (2006). *Konsep Pathet Dalam Karawitan Jawa*. ISI Press Surakarta.
- Hastuti, K., & Syarifzh, A. M. (2016). Identifikasi Fitur Melodi Dalam Musik Gamelan Berdasarkan Hubungan Asosiasi Antar-Notasi. *Seminar Nasional Sistem Informasi Indonesia*, 47–54.
- Iswantoro, G. (2018). Kesenian Musik Tradisional Gamelan Jawa Ssebagai Kekayaan Budaya Bangsa Indonesia. *Jurnal Sains Terapan Pariwisata*, 3(1), 129–143. <https://jstp.polteksahid.ac.id/index.php/jstp/article/view/134>
- Karahinan, W. (1991). *Gendhing-Gendhing Mataraman Gaya Yogyakarta dan Cara Menabuh Jilid I*. KHP Krida Mardawa Karaton Ngayogyakarta Hadiningrat.
- Kemendikbud. (2015). *Matematika SMP/MTs Kelas IX Semester 1*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Noor Hidyat Iswara. (2015). *Dinamika Kesenian GAMelan pada Fungsi dan Pelestariab Kesenian GAMelan dalam Sanggar Budaya Singhasari di Kecamatan Singosari, Kabupaten Malang, Jawa Timur*. 1. http://repository.unair.ac.id/69467/3/JURNAL_Fis.ANT.08_18_Isw_d.pdf
- Nuryadi, N., & Kholifa, I. (2020). Etnomatematika: Eksplorasi gamelan Jawa karawitan dengan pendekatan science, technology, engineering, and mathematics (STEM). *Jurnal Pendidikan Surya Edukasi (JPSE)*, 6(2), 140–148. <https://doi.org/10.37729/jpse.v6i2.6810>
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2006). Ethnomathematics: Teaching and Learning Mathematics from a Multicultural Perspective. *The Journal of Mathematics and Culture*, 1(May 2006), 57–78. <http://nasgem.rpi.edu/files/1438>
- Osada, S. S. (2018). Etnomatematika dalam Titi Laras dan Irama pada Karawitan Jawa. In S. A. ; Widodo, M. ; Irfan, & Esti Harini (Eds.), *Prosiding Seminar Nasional Etnomatnesia* (pp. 475–481). UST PRESS.
- Sa'adah, M. (2019). *Deteksi Instrumen Identik Menggunakan Least Mean Square*. Istitut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Supriyono, S., Purwaningsih, W. I., & Saputra, A. F. (2021). Etnomatematika Pada Alat Musik Gamelan Jawa. *Math Educa Journal*, 5(2), 135–142.
- Syarif, A. M., & Hastuti, K. (2015). Identifikasi Fitur Melodi Gending Lancaran Berdasarkan Pengenalan Pola Notasi. *Jurnal Teknologi Informasi*, 14(3), 234–241. <http://publikasi.dinus.ac.id/index.php/technoc/article/view/950/718>
- Zhoga, E F E. (2019). Gamelan Jawa: Sebuah Alternatif Media Pembelajaran Matematika Berbasis Budaya. In A. M. Santoso & A. Lestarinigrum (Eds.), *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan dan*

Pembelajaran (pp. 675–688).

<http://ojs.semdikjar.fkip.unpkediri.ac.id/index.php/SEMDIKJAR/article/view/79>

Zhoga, Elgie Firdyan Eka, Fiantika, F. R., & Jatmiko. (2021). *Gamelan Sebagai Media Discovery Learning untuk Mengetahui Kemampuan Representasi Matematik Siswa*. 06(01), 16–38.