Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika
E-ISSN : 2541-2906

Vol. 13 No. 2, 2024

Penerapan metode adams bashforth moulton dalam memprediksi jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara

Daratullaila[1], Riezky Purnama Sari[2], Riska Novita Sari[3], Adinda Tri Hidayanti[4], Okta Safira Ritonga[5]

[1), 2), 3), 4), 5)] Matematika, Universitas Samudra, Indonesia

Abstrak: Kelapa sawit merupakan salah satu komoditas perkebunan yang mempunyai peranan penting dalam kegiatan perekonomian Indonesia yang bermanfaat bagi sektor industri. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengoptimalkan hasil panen yang dapat menyebabkan kerugian dan juga meningkatkan pendapatan petani serta membantu pengembangan produksi sawit.. Produksi kelapa sawit mengalami fluktuasi setiap tahunnya. Penelitian ini menggunakan metode Adams Bashforth Moulton untuk memprediksi produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara. Dengan menerapkan teknik Runge Kutta orde keempat, persamaan prediksi Adams Bashforth orde keempat, dan koreksi Adams Moulton orde keempat, penelitian ini memberikan estimasi untuk produksi kelapa sawit di masa depan. Metode ini menunjukkan peningkatan setiap tahunnya dalam produksi kelapa sawit. Estimasi produksi untuk tahun 2024 hingga 2026 adalah 9.849.320,040 ton, 10.223.313,071 ton, dan 10.587.063,369 ton, dengan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) sebesar 0,4%, yang menunjukkan akurasi yang tinggi. Sehingga jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara setiap tahunnya semakin meningkat. Hasil ini menjadi panduan untuk pengembangan produksi kelapa sawit dan perencanaan pertanian di wilayah tersebut.

Kata kunci : *Kelapa Sawit, Rungge Kutta, MAPE, Adams Bashforth*

A. Pendahuluan

Kelapa sawit merupakan salah satu komoditas perkebunan yang mempunyai peranan penting dalam kegiatan perekonomian Indonesia yang bermanfaat bagi sektor industri. Indonesia adalah produsen minyak sawit terbesar di dunia. Kelapa sawit merupakan tanaman yang sangat bermanfaat penghasil minyak dan lemak yang dapat dikonsumsi seperti minyak goreng, kelapa sawit juga menghasilkan minyak industri yang digunakan dalam kosmetik dan obat-obatan dan juga merupakan salah satu penghasil bahan bakar (Nurkholis & Sitanggang, 2020). Kelapa sawit mempunyai keunggulan sebagai sumber minyak nabati utama di Indonesia setelah kelapa. Hal ini ditunjukkan dengan adanya kecenderungan pembukaan lahan sehingga banyak hutan dan perkebunan tua yang tergantikan dengan perkebunan kelapa sawit yang merupakan perkebunan berpendapatan tinggi (Sitompul et al., 2023).

Perkebunan kelapa sawit pertama berlokasi di Deli, Sumatera Utara dan Aceh dengan luas 5000 hektar. Pada masa Orde Baru, pengembangan kelapa sawit di Indonesia mulai aktif berkembang. Perkebunan dan industri kelapa sawit sebagai sektor yang dapat meningkatkan kesejahteraan masyarakat dan devisa negara (Nugroho, 2019). Luas perkebunan rakyat di Sumatera Utara meningkat dibandingkan tahun sebelumnya yaitu 441.399,52 ha dengan produksi 7.199.750 pada tahun 2020 dibandingkan 439.315 ha dengan produksi 7.006.986 pada tahun 2019 (BPS Provinsi Sumatera Utara., 2022).

Kelapa sawit memiliki produktivitas lebih tinggi dan biaya produksi lebih rendah dibandingkan tanaman penghasil minyak nabati lainnya seperti kacang kedelai dan kacang tanah. Masa produksi yang panjang (22 tahun) dan ketahanan terhadap hama dan penyakit juga menurunkan biaya produksi. Dengan konsumsi minyak nabati dunia mencapai 25 kg per kapita per tahun dan terus meningkat seiring pertumbuhan penduduk, kelapa sawit menjadi pilihan utama (Miraza & Surahman, 2015). Oleh karena itu penulis tertarik untuk memprediksi jumlah produksi minyak sawit dengan menggunakan metode Adams Bashforth Moulton. Prediksi adalah suatu metode yang memperkirakan apa yang akan terjadi di masa depan dengan menggunakan data historis yang relevan (Rakhmawati, 2023). Metode Adams Bashforth Moulton merupakan solusi akurat untuk masalah yang melibatkan prediksi. Untuk mencari solusi numerik metode Adams Bashforth Moulton dapat diperoleh dari Runge Kutta orde keempat. Metode runge kuta merupakan solusi numerik yang digunakan dalam menyelesaikan nilai awal pada persamaan diferensial nonlinier (Rizka Ninda Lestari, 2019). Dalam hal ini untuk mengetahui jumlah produksi kelapa sawit setiap tahunnya di masa yang akan datang dengan menggunakan data tahun sebelumnya dengan memperkirakan jumlah produksi kelapa sawit (Ahmad, 2019). Memprediksi jumlah produksi kelapa sawit dapat membantu pemerintah memperkirakan upaya pengembangan produksi kelapa sawit dan meningkatkan hasil produksi dan luas perkebunan kelapa sawit.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian terapan, dengan menggunakan data jumlah produksi kelapa sawit yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Utara tahun 2001-2023. Dalam penelitian ini, metode Adams Bashforth Moulton diterapkan dengan memecahkan masalah prediksi jumlah produksi kelapa sawit di Sumatera Utara.

Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan konsep matematika yang sangat penting dan paling banyak digunakan dalam matematika terapan. Persamaan diferensial ada dua, yaitu persamaan diferensial biasa yang mempunyai satu variabel bebas sedangkan persamaan diferensial parsial mempunyai lebih dari satu variabel bebas (Ayu & Ningrum, 2021).

Persamaan diferensial biasa adalah turunan suatu fungsi dengan variabel bebas dan variabel terikat salah satu atau lebih variabel. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang hanya mempunyai satu variabel bebas. Namun jika variabel bebasnya banyak maka disebut persamaan diferensial parsial. Persamaan yang mengandung turunan suatu fungsi, disebut juga dengan diferensial satu variabel (Wulandari Pratiwi et al., 2021). Terdapat dua cara untuk menyelesaikan persamaan diferensial: metode analitik dan metode numerik. Metode analitik memberikan solusi sejati, sementara metode numerik digunakan saat metode analitik tidak mampu menyelesaikan masalah. Metode numerik merumuskan masalah matematika agar dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika seperti tambah, kurang, kali, dan bagi (Pandia & Sitepu, 2021). Metode numerik, yaitu memperoleh taksiran penyelesaian eksak suatu persamaan diferensial. Beberapa metode numerik yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial adalah metode Euler, metode Heun, metode deret Taylor, metode Runge Kutta, dan metode banyak langkah (Nurofi’atin & Abadi, 2018).

Model Velhurst

Model Verhulst adalah modifikasi dari model Malthus. Verhulst menciptakan model ini karena solusi dalam model Malthus dianggap tidak realistis, di mana pertumbuhan populasi diprediksi meningkat atau menurun secara eksponensial tanpa mempertimbangkan batasan alamiah (Tarisma et al., 2022). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh seorang ahli matematika dan biologi dari Belanda dengan nama Pierre Verhulst pada tahun 1838. Pada model ini, populasi dipengaruhi oleh daya dukung lingkungan dan terbatas oleh ketersediaan sumber hidup, sehingga jumlah populasi akan selalu terbatas pada suatu nilai tertentu (Arjuna & Lubis, 2024). Banyaknya populasi pada model ini dapat dipengaruhi oleh daya tampung suatu wilayah terhadap populasi, jumlah populasi awal, dan besarnya populasi laju pertumbuhan (Maria & Osniman 2023). Faktor logistik, dimana faktor makanan dan faktor ruang hidup, mempunyai dampak terhadap jumlah populasi dalam model ini. Model logistik mengasumsikan bahwa populasi pada akhirnya akan mendekati keseimbangan. Grafik tersebut dianggap mendekati konstan pada saat ini karena didasarkan pada asumsi bahwa jumlah kelahiran dan kematian adalah sama (Side et al., 2020). Persamaan (1) merepresentasikan laju pertumbuhan relatif akomodatif dengan bentuk yang lebih sederhana.

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = k\left(1 - \frac{N}{K}\right) \tag{1}$$

jika persamaan (1) dikalikan N, maka diperoleh persamaan (2) yang merupakan persamaan diferensial logistik yang merupakan model pertumbuhan penduduk.

$$\frac{dN}{dt} = k\left(1 - \frac{N}{K}\right)N \tag{2}$$

dengan nilai awal $N(t_0) = N_0$.

Metode Runge Kutta Orde 4

Metode ini ditemukan oleh matematikawan Jerman Carl Runge (1856-1927) dan Wilhelm Kutta (1867-1944). Metode Runge-Kutta merupakan metode umum yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (Rahmatullah et al., 2020). Metode Runge-Kutta merupakan salah satu metode dalam penyelesaian persamaan diferensial secara numerik dengan pendekatan akurasi dari deret Taylor tanpa memerlukan perhitungan turunan yang cukup tinggi (Hanafi & Prasetyo, 2024). Metode Runge-Kutta adalah metode one-step yang menggunakan satu nilai awal untuk memperoleh solusi dalam perhitungannya (Putri et al., 2022). Metode Runge-Kutta Orde 4 merupakan metode yang paling akurat dibandingkan metode orde sebelumnya, sehingga sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Metode Runge Kutta merupakan metode tahap awal, karena dalam perhitungannya hanya diperlukan nilai awal kemudian mendapatkan solusi yang diperlukan pada metode Adams Bashforth Moulton. Persamaan (3) yang merupakan bentuk Metode Runge-Kutta Orde Keempat (Suryani & Suprianto, 2023).

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{3}$$

dengan ini k adalah :

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

Metode Adams Bashforth Moulton

Metode Adams Bashforth Moulton merupakan metode *multistep* langkah yang digunakan dalam memprediksi dan mengoreksi menggunakan persamaan prediktor dan korektor (Putri et al., 2022). Metode multi-step, juga dikenal sebagai metode prediktor-korektor, menggunakan persamaan prediktor dan korektor tanpa mencari turunan fungsi terlebih dahulu. Metode multistep yang paling terkenal adalah Adams-Bashforth-Moulton orde empat, yang memiliki galat pemotongan lebih kecil daripada orde dua dan tiga, sehingga memberikan solusi lebih akurat (No et al., 2024). Metode Adams Bashforth Moulton ini y_{n+1}diperoleh dari $y_n, y_{n-1}y_{n-2}y_{n-3}$. Metode Adams-Bashforth sebagai persamaan prediktor yang merupakan persamaan yang diperoleh dengan memperkirakan nilai y_{n+1}menggunakan $y_n, y_{n-1}y_{n-2}y_{n-3}$ Persamaan (4)

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}) \quad (4)$$

Sedangkan metode Adams-Moulton merupakan persamaan korektor yaitu persamaan yang menetapkan nilai y_{n+1}dari persamaan prediktor dengan menggunakan persamaan (5)

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3}) \quad (5)$$

dengan $k = 1,2,3, \ldots$ menunjukkan bahwa pesamaan (5) dapat diselesaikan secara iterasi.

Adams-Moulton memiliki beberapa keunggulan dibandingkan Adams-Bashforth yang eksplisit. Seperti telah disebutkan, metode Adams-Moulton memberikan perkiraan yang lebih akurat karena interval interpolasi yang lebih luas. Mereka juga mendapatkan urutan yang lebih tinggi dengan jumlah langkah sebelumnya yang sama dan umumnya, metode implisit lebih stabil dibandingkan metode eksplisitnya. Tentu saja kekurangannya terletak pada sifat implisitnya sehingga sulit diselesaikan karena dimasukkan ke dalam persamaan non-linier (Pletinckx et al., 2017).

Langkah h Analisis Ukuran

Analisis perkiraan ukuran langkah h, pertama-tama meninjau galat pemotongan untuk metode Adams-Bashforth orde keempat (Suryani & Suprianto, 2023). Galat pemotongan merupakan kesalahan yang disebabkan oleh penggunaan aproksimasi sebagai pengganti rumus eksak (Sari et al., 2014). Besar kecilnya langkah h merupakan salah satu masalah penting dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa secara langkah demi langkah. Untuk mengetahui perkiraan error maka gunakan persamaan (6)

$$y_{n+1} - y_{n+1} = -\frac{19}{270}(y_{n+1} - y_{n+1}) = \frac{19}{270}|y_{n+1} - y_{n+1}| \quad (6)$$

Persamaan Adams-Moulton dapat diselesaikan dengan cara iterasi, jika ukuran langkah h yang dipilih benar maka akan diperoleh solusi numerik dengan menggunakan persamaan korektor satu kali. Lebih baik memperkecil atau memperbesar ukuran langkah daripada melakukan koreksi lebih dari satu kali. Persamaan (6) dapat digunakan untuk mengubah ukuran langkah h.

MAPE (Mean Absolute Percentage Error)

MAPE dihitung dengan menggunakan kesalahan absolut pada setiap periode dibagi dengan nilai observasi aktual pada periode tersebut. Kemudian rata-rata persentase kesalahan absolutnya. Pendekatan ini berguna ketika ukuran atau ukuran variabel ramalan penting dalam mengevaluasi keakuratan ramalan. MAPE menunjukkan seberapa besar kesalahan dalam meramal dibandingkan dengan nilai sebenarnya (Farica et al., 2023). Nilai MAPE dapat dihitung dengan persamaan (7)

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|Actual - Forecast|}{|Forecast|} \times 100\% \qquad (7)$$

C. Hasil dan Pembahasan

Menentukan Laju Pertumbuhan

Laju pertumbuhan adalah rata – rata laju pertumbuhan produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara setiap tahunnya. Untuk menentukan laju pertumbuhan, digunkan persamaan sebagai berikut :

$$\frac{dP}{dt} = m\left(1 - \frac{P}{K}\right)P$$

Untuk nilai k dapat ditentukan menggunakan persamaan (8)

$$m = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \qquad (8)$$

$$m = \frac{1}{1}\ln\left(\frac{2.465.048}{2.213.417}\right) = 0,1$$

dimana $P_0 = 2.213.417$ adalah sebagai nilai awal

Secara nilai $k = 0,1$, maka laju pertumbuhan produksi kelapa sawit sebesar 10% dan jumlah produksi akan meningkat secara eksponensial.

Menentukan Kapasitas Daya Tampung

Nilai K (Holding capacity) dapat diperoleh dengan cara trial and error yaitu mensubstitusi nilai estimasi K ke dalam model Velhulst. Karena jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara sejak tahun 2001-2023 masih dibawah 16.000.000 ton maka diasumsikan kapasitasnya sebesar 16.000.000 didapatkan laju pertumbuhan produksi kelapa sawit sebesar $m = 0,1$ atau 10% dan $P_0 = 2.213.417$. Pada interval $[0,25]$ dengan banyak iterasi $n = 25$,

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{25-0}{25} = 1$$

Dan ukuran langkah $h = 1$.

Dengan,

m = Laju pertumbuhan

P = Jumlah produksi kelapa sawit

h = Ukuran langkah

b = Nilai batas atas

t = Jumlah waktu ke-t

K = Kapasitas tampung

a = Nilai batas bawah

n = Jumlah iterasi

Memberikan persamaan verhulst.

$$\frac{dP}{dt} = m\left(1 - \frac{P}{K}\right)P$$

$$= 0,1\left(1 - \frac{P}{16.000.000}\right) P$$

Persamaan model Verhults diselesaikan untuk mencari solusi numerik, sehingga diperoleh solusi dengan menggunakan metode Runge-Kutta dan metode Adams Basforth Moulton.

Menentukan solusi awal P_1, P_2 dan P_3 menggunakan metode Runge Kutta orde 4

Pada interval [0,25] dengan ukuran langkah h = 1 dan $P_0 = 2.213.417$ sebagai nilai awal .

Diketahui $\frac{dP}{dt} = 0,1\left(1 - \frac{P}{16.000.000}\right)P$.

Tabel 1. Solusi awal menggunakan metode Runge Kutta

r	t_r	$h = 1$	
		P_n	$f(t,P) = 0,1\left(1 - \frac{P}{16.000.000}\right)P$
0	1	2.213.417	190.721,607400694
1	2	2.411.124,111469517	204.777,914391266
2	3	2.623.130,806354677	219.307,985465174
3	4	2.849.869,454436808	234.225,971022856

Pada tabel 1 terlihat nilai solusi awal menggunakan metode Runge Kutta yang akan diterapkan pada model Verhults.

Menentukan solusi numerik menggunakan mmrtode Adams Bashforth ialah persamaan prediktor

$$y_{n+1}^{(0)} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$$

Dengan

y_n =Nilai solusi awal persamaan Runge Kutta

f_n =Nilai solusi awal menggunakan persamaan Verhults

Untuk $t_{n+1} = 4$

$y_n = 2.849.869{,}454436808$

$$y_4^{(0)} = 2.849.869{,}454436808 + \frac{1}{24}(55(234.225{,}971022856) - 59(219.307{,}985465174) + 37(204.777{,}914391266) - 9(190.721{,}607400694))$$

$y_4^{(0)}$ =3.091.683,85567357

Menentukan solusi numerik menggunakan metode Adams Moulton ialah persamaan korektor

$$y_{n+1}^{(k)} = y_n + \frac{h}{24}\left(9f_{n+1}^{(0)} + 19f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2}\right)$$

$$f_{n+1}^{(0)} = f(f_{n+1}, y_{n+1}^{(0)})$$

$$f_4^{(0)} = f_4(4; 3.091.683{,}85567357)$$

$$= 0{,}1\left(1 - \frac{3.091.683{,}85567357}{16.000.000}\right)3.091.683{,}85567357$$

$$= 249.427{,}703920903$$

$$y_{3+1}^{(1)} = 2.849.869.454436808 + \frac{1}{24}(9(249.427{,}703920903\ ) + 19(234.225{,}971022856) - 5(219.307{,}985465174) + (204.777{,}914391266)$$

$$y_4^{(1)} = 3.091.676{,}98659462$$

Koreksi Adams-Moulton diiterasikan pada *k* sampai memenuhi

$$\frac{\left|y_{n+1}^{(k)} - y_{n+1}^{(k-1)}\right|}{\left|y_{n+1}^{(k)}\right|} < \boldsymbol{\varepsilon}$$

untuk $k = 1,2,3, \dots$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah kriteria penghentian yang di kehendaki, misal $\varepsilon = 8 \times 10^{-8}$. Jika kriteria pemberhentian tidak terpenuhi, analisis ukuran langkah h dilakukan sebagai berikut (Apriadi, B. P., & Noviani, 2014):

1. Jika $10^{-10} < \frac{19}{270}.\frac{\left|y_{n+1}^{(1)} - y_{n+1}^{(0)}\right|}{\left|y_{n+1}^{(1)}\right|} < 10^{-8}$, maka langkah berikutnya digunakan nilai *h* yang sama.
2. $\frac{19}{270}.\frac{\left|y_{n+1}^{(1)} - y_{n+1}^{(0)}\right|}{\left|y_{n+1}^{(1)}\right|} > 10^{-8}$, maka langkah *h* diganti dengan $\frac{h}{2}$
3. $\frac{19}{270}.\frac{\left|y_{n+1}^{(1)} - y_{n+1}^{(0)}\right|}{\left|y_{n+1}^{(1)}\right|} < 10^{-10}$, maka *h* diganti dengan *2h*

Menghitung kesalahan relatifnya dan kemudian membandingkannya dengan kriteria penghentian

$$\varepsilon = 8 \times 10^{-8}$$

$$\frac{\left|y_4^{(1)} - y_4^{(0)}\right|}{\left|y_4^{(1)}\right|} = \frac{|3.091.676{,}98659462 - 3.091.683{,}85567357|}{|3.091.676{,}98659462|} = 2 \times 10^{-6}$$

Dari hasil diatas terlihat error yang relatif lebih besar dibandingkan dengan kriteria penghentian.

$$2 \times 10^{-6} > 8 \times 10^{-8}$$

Maka dilakukan analisis kriteria pemilihan ukurang langkah *h* :

$$\frac{19}{270}.\frac{\left|y_4^{(1)} - y_4^{(0)}\right|}{\left|y_4^{(1)}\right|} = \frac{19}{270}.\frac{|3.091.676{,}98659462 - 3.091.683{,}85567357|}{|3.091.676{,}98659462|}$$

$$= 0{,}07037\ (2 \times 10^{-6}) = 2 \times 10^{-7}$$

Sehingga mendapatkan hasil $2 \times 10^{-7} < 10^{-8}$ maha *h* diganti menjadi $\frac{h}{2}$ dan kembali kelangkah menghitung empat solsi awal P_1, P_2 dan P_3 menggunakan metode Rungge-Kutta orde empat.

Tabel 2. Hasil estimasi menggunakan metode Adams Basforth Moulton pada model Verhults jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara

Tahun	t_r	$h = 1$		Kesalahan relatif
		$y_r^{(0)}$	y_r	
2001	0	0	2.213.417	1
2002	1	0	2.411.124,111469517	1
2003	2	0	2.623.130,806354677	1
2004	3	0	2.849.869,454436808	1
2005	4	3.091.683,855673575	3.091.676,986594633	2×10^{-6}
2006	5	3.348.783,756531816	3.348.776,759170167	2×10^{-6}
2007	6	3.621.265,673970964	3.621.258,745007954	2×10^{-6}
2008	7	3.909.067,930088333	3.909.061,375733305	2×10^{-6}
2009	8	4.211.960,471801159	4.211.954,607068517	1×10^{-6}
2010	9	4.529.530,164598607	4.529.525,336540980	1×10^{-6}
2011	10	5.206.069,917992319	4.861.166,133153871	7×10^{-7}
2012	11	5.931.406,052343620	5.206.068,214792354	3×10^{-7}
2013	12	5.563.219,201283287	5.563.219,529451771	6×10^{-8}
2014	13	5.931.406,052343620	5.931.408,640286282	4×10^{-7}
2015	14	6.309.229,905112825	6.309.234,883725810	8×10^{-7}
2016	15	6.695.117,592940806	6.695.124,972853338	1×10^{-6}
2017	16	7.087.346,215477357	7.087.355,872049168	1×10^{-6}
2018	17	7.484.071,729975313	7.484.083,398847154	2×10^{-6}
2019	18	7.883.362,361202619	7.883.375,646187865	2×10^{-6}
2020	19	8.283.235,602827581	8.283.249,996493573	2×10^{-6}
2021	20	8.681.697,334594812	8.681.712,250219215	2×10^{-6}
2022	21	9.076.781,429667806	9.076.796,241648195	2×10^{-6}
2023	22	9.466.588,191211328	9.466.602,279752895	1×10^{-6}
2024	23	9.849.320,040473960	9.849.332,835725969	1×10^{-6}
2025	24	10.223.313,071389064	10.223.324,092277942	1×10^{-6}
2026	25	10.587.063,368688043	10.587.072,252488948	8×10^{-7}

Pada tabel 2 terlihat error yang relatif lebih kecil dibandingkan kriteria penghentian, sehingga iterasi dilanjutkan hingga iterasi ke-25. Hasil estimasi menggunakan metode Adams Basforth Moulton pada model Verhults pada Tabel 2 telah memenuhi kriteria terminasi. Terlihat jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara semakin meningkat. Nilai $\boldsymbol{y_r^{(0)}}$ = 4 sampai 25 pada Tabel 2 merupakan nilai korektor Adam-Moulton yang menyatakan prediksi jumlah produksi minyak sawit.

Tabel 3 . Hasil prediksi jumlah produksi kelapa sawit tahun 2024-2026

Tahun	Produksi Kelapa Sawit
2024	9.849.320,040
2025	10.223.313,071
2026	10.587.063,369

Tabel 3 menunjukkan jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara pada tahun 2024-2026 mengalami peningkatan setiap tahunnya.

Tentukan nilai MAPE pada hasil pendugaan jumlah produksi kelapa sawit

$$\text{MAPE}= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|Actual-Forecast|}{|Actual|}\times 100\%$$

$$= \frac{\left|\left(\left(\frac{2213417-2213417}{2213417}\right)+\left(\frac{2465048-2411124.111469517}{2465048}\right)+\cdots+\left(\frac{7873627-10587072.252488948}{7873627}\right)\right)\right|\times 100}{23}$$

$$= 0{,}41308 \approx 4\%$$

Keakuratan hasil prediksi diketahui dengan menghitung nilai MAPE pada persamaan (7) yang menggunakan nilai aktual dan nilai ramalan. MAPE diperoleh sebesar 0,4% yang berarti dengan nilai MAPE < 10% maka tingkat akurasi peramalannya sangat baik.

D. Simpulan

Metode persamaan diferensial Adams Bashforth Moulton dalam meramalkan jumlah produksi kelapa sawit di Provinsi Sumatera Utara menunjukkan peningkatan produksi setiap tahun. Hasil prediksi pada Tabel 3 menunjukkan bahwa produksi pada tahun 2024 diperkirakan mencapai 9.849.320,040 ton, pada tahun 2025 sebesar 10,223.313,071 ton, dan pada tahun 2026 sebesar 10.587.063,369 ton. Nilai MAPE sebesar 0,4% menunjukkan bahwa metode ini memiliki tingkat akurasi yang sangat baik.

Daftar Pustaka

Ahmad, A. (2019). Permodelan Matematika dengan Menggunakan Persamaan Diferensial pada Pertumbuhan Penduduk di Indonesia. *Prosiding Sendika*, *5*(1), 1–5.

Apriadi, B. P., & Noviani, E. (2014). Metode Adams-Bashforth-Moulton Dalam Penyelesaian

Persamaan Diferensial Non Linear. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, *03*(2), 107–116. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.26418/bbimst.v3i02.6561

Arjuna, D. B., & Lubis, R. S. (2024). Solusi Numerik Model Verhulst Pada Estimasi Hasil Panen Melalui Perkembangan Produksi Padi dan Beras dengan Metode Milne-Simpson. *Journal of Information System Research (JOSH)*, *5*(2), 722–730. https://doi.org/10.47065/josh.v5i2.4857

Ayu, T., & Ningrum, N. K. (2021). Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Persamaan Diferensial Ditinjau dari Gaya Kognitif. *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika*, *5*(3), 2385–2397. https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i3.866

BPS Provinsi Sumatera Utara. (2022). *Provinsi Sumatera Utara Dalam Angka 2022* (BPS Provinsi Sumatera Utara (ed.)). BPS Provinsi Sumatera Utara. https://sumut.bps.go.id/publication/2022/02/25/17ee98e7b1d625e53481dc38/provinsi-sumatera-utara-dalam-angka-2022.html

Farica, W., Iriani, R., Setiawati, S., & Perdana, P. (2023). *Pendampingan UMKM Maslukha Collection dalam Packaging dan Marketing Kelurahan Margorejo , Kecamatan Wonocolo , Kota Surabaya , Jawa Timur*. *01*(02), 34–41.

Hanafi, L., & Prasetyo, R. E. (2024). *Aplikasi Metode Adams-Bashforth-Moulton Model Verhulst Pada Hasil Panen Padi di Kabupaten Jombang*. *21*(1), 43–52.

Maria Laurentina Wae Misi, Osniman Paulina Maure, D. G. L. (2023). Perbandingan Model Populasi Malthus dan Model Populasi Verhulst Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk Kabupaten Ngada. *Asimtot : Jurnal Kependdidikan Matematika*, *5*(1), 43–53.

Miraza, M.Irfan; Surahman, M. (2015). Hubungan Angka Kerapatan Panen dan Sistem Rotasi Panen Dengan Produktivitas Kelapa Sawit (Elaeis guineensis Jacq) di Sumatera Utara. *Buletin Agrohorti*, *3*(1), 59–64. https://doi.org/https://doi.org/10.29244/agrob.v3i1.15494

No, V., Raming, I., Wirawan, A. S., Putri, A. A., Sahputra, D. R., Alensia, M., Dala, D., & Avrilia, P. (2024). *Pemetaan Pertumbuhan Penduduk di Kota Samarinda Melalui Pemodelan Logistik dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton*. *7*(1), 133–144.

Nugroho, A. (2019). Teknologi Agroindustri Kelapa Sawit. In *Lambung Mengkurat Universitas Press* (Issue August). https://www.researchgate.net/profile/Agung-Nugroho-13/publication/337315913_Buku_Teknologi_Agroindustri_Kelapa_Sawit/links/5dd1694792851c382f469b34/Buku-Teknologi-Agroindustri-Kelapa-Sawit.pdf

Nurkholis, A., & Sitanggang, I. S. (2020). Optimization for prediction model of palm oil land suitability using spatial decision tree algorithm. *Jurnal Teknologi Dan Sistem Komputer*, *8*(3), 192–200. https://doi.org/10.14710/jtsiskom.2020.13657

Nurofi'atin, U., & Abadi, A. M. (2018). Model Analysis of Motorcycle Suspension System Using the Fourth Order of Runge-Kutta Method. *EKSAKTA: Journal of Sciences and Data Analysis*, *18*, 106–120. https://doi.org/10.20885/eksakta.vol18.iss2.art3

Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Galat Persamaan Diferensial Biasa Orde 1 Dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia*, *6*(1), 31–37. https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i1.1907

Pletinckx, A., Fiß, D., & Kratzsch, A. (2017). Developing and Implementing Two-Step Adams-Bashforth-Moulton Method with Variable Stepsize for the Simulation Tool DynStar. *ACC Journal*, *23*(1), 51–61. https://doi.org/10.15240/tul/004/2017-1-005

Putri, R. S., Noviani, E., & Intisari, Y. (2022). Prediksi Jumlah Penduduk Dengan Persamaan Logistik Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton. *Buletin Ilmiah Mat. Stat Dan Terapannya (Bimaster)*, *11*(1), 159–166.

Rahmatullah, S., Arman, Y., & Apriansyah, A. (2020). Simulasi Gerak Osilasi Model Pegas Bergandeng Menggunakan Metode Runge-Kutta. *Prisma Fisika*, *8*(3), 180. https://doi.org/10.26418/pf.v8i3.43681

Rakhmawati, S. N. F. (2023). Implementasi Metode Adams Bashforth Moulton Pada Persamaan Logistik Biner Untuk Menganalisis Prediksi Tingkat Pertumbuhan Ekonomi. *Jurnal Pendidikan Matematika: Judika Education*, *5*(2), 149–164. https://doi.org/https://doi.org/10.31539/judika.v6i2.8369

Rizka Ninda Lestari. (2019). Metode Runge Kutta Orde 4 Pada Model Penyebaran Influenza dengan Populasi SIRC [Univeristas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang]. In *Univeristas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang*. http://etheses.uin-malang.ac.id/17492/1/15610112.pdf

Sari, F. monika, Yundari, & Helmi. (2014). Penyelesaian Numerik Persamaan Diferensial Linear Homogen Dengan Koefisien Konstan Menggunakan Metode Adams Bashforth Moulton. *Bimaster (Buletin Ilmiah Mat. Stat. Dan Terapannya)*, *3*(2), 125–134.

Side, S., Wahyuni, M. S., & R, A. (2020). Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hasil Panen Padi dengan Metode Adam Bashforth-Moulton (ABM). *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, *2*(1), 91. https://doi.org/10.35580/jmathcos.v2i1.12463

Sitompul, A. T., Yetri, M., & Mahyuni, R. (2023). Data Mining Mengestimasi Jumlah Tonase Kelapa Sawit Dengan Metode Regresi Linear Berganda. *Jurnal Sistem Informasi Triguna Dharma (JURSI TGD)*, *2*(1), 148–157. https://ojs.trigunadharma.ac.id/index.php/jsi/article/view/5431

Suryani, I., & Suprianto, A. (2023). Model Verhulst Pada Estimasi Pertumbuhan Produksi Padi Menggunakan Metode Milne-Simpson dan Adams-Bashforth-Moulton Abstrak. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, *9*(1), 27–36. https://doi.org/https://doi.org/10.24014/jsms.v9i1.19694

Tarisma, T., Saumi, F., Wardani, S., Zahara, & Kristina, D. (2022). Perbandingan Metode Euler dan Metode Runge Kutta Dalam Estimasi Jumlah Penduduk di Provinsi Aceh. *Jurnal Matematika Dan Pendidikan Matematika*, *7*, 197–207. https://mathline.unwir.ac.id/index.php/Mathline/article/download/279/174

Wulandari Pratiwi, S., Arjudin, A., Kurniati, N., & Sripatmi, S. (2021). Penerapan Konsep Persamaan Diferensial Biasa Pada Pemodelan Tali Penahan Jembatan Gantung. *Griya Journal of Mathematics Education and Application*, *1*(4), 559–569. https://doi.org/10.29303/griya.v1i4.115