

ANALISIS KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA MELALUI PENDEKATAN DEDUKTIF PADA MATA KULIAH GEOMETRI

Ahmad Afandi dan Nurma Angkotasari

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Khairun

Email: aafandi2012@gmail.com

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa melalui pendekatan deduktif pada matakuliah geometri. Subjek penelitian adalah mahasiswa program studi pendidikan matematika semester I tahun akademik 2020/2021. Instrumen pada penelitian ini menggunakan instrumen tes yang terdiri dari 2 butir soal kemampuan pembuktian matematis. Indikator kemampuan pembuktian matematis yang digunakan pada penelitian ini yaitu kemampuan membaca pembuktian matematis dan kemampuan mengontruksi bukti matematis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa 16 mahasiswa dari 30 mahasiswa telah mampu membaca pembuktian matematis dan 14 mahasiswa dari 30 mahasiswa telah mampu mengontruksi pembuktian matematis.

Kata Kunci: Pendekatan Deduktif, Kemampuan Pembuktian Matematis

A. PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu deduktif, ilmu yang terstruktur dan terorganisasi. Ibrahim dan Suparni (2012:2) mengatakan bahwa matematika disebut ilmu deduktif, sebab dalam matematika tidak menerima generalisasi yang berdasarkan observasi, eksperimen, coba-coba (induktif) seperti halnya ilmu pengetahuan alam dan ilmu-ilmu pengetahuan umumnya. Pada proses deduktif, mungkin diawali dengan proses induktif yang meliputi penyusunan konjektur, model matematika, analogi dan atau generalisasi yang dilakukan melalui pengamatan terhadap suatu data, Sumarmo (Lestari, 42 :2015). Dengan demikian, tidak semua temuan sifat-sifat atau prinsip-prinsip dalam matematika diperoleh melalui pemikiran deduktif, tetapi mungkin juga diperoleh melalui proses induktif berdasarkan pengalaman lapangan ataupun data empirik, namun pada akhirnya kebenarannya harus dapat dibuktikan dengan pemikiran deduktif (Suratno, 2020).

Pada Geometri, Matematika sebagai ilmu deduktif dan ilmu yang terstruktur dan terorganisasi sangat tampak. Sebagai contoh, sudut merupakan unsur yang didefinisikan dalam matematika. Definisi dari sudut adalah gabungan dua sinar garis yang titik pangkalnya bersekutu pada satu titik (Afandi, 2016). Untuk membuat definisi sudut terlebih dahulu mendefinisikan sinar garis terlebih dahulu, tanpa mendefinisikan sinar garis definisi dari sudut tidak bisa dibuat.

Sebagai ilmu yang terstruktur dan terorganisasi, matematika berkembang mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke postulat/aksioma, ke teorema.

Sebagai sebuah struktur, matematika terdiri dari beberapa komponen yang membentuk sistem yang saling berhubungan dan terorganisir dengan baik (Ibrahim dan Suparni, 2012:8).

Sebagai ilmu deduktif, proses pembelajaran matematika perlu menggunakan pendekatan yang sesuai dengan karakter dari matematika. Salah satu pendekatan yang dipandang tepat dalam proses pembelajaran matematika adalah pendekatan deduktif. Pendekatan deduktif adalah cara berfikir dari hal yang bersifat umum yaitu pemberian penjelasan tentang pembelajaran (rumus atau teorema) ke hal-hal yang bersifat khusus yaitu berupa penerapan rumus atau teorema tersebut (berupa contoh-contoh) (Winarso, 2014: 102). Samosir (1997) (Winarso, 2014:100) mendefinisikan pendekatan deduktif sebagai suatu cara mengajar yang dikembangkan berdasarkan penalaran deduktif, jadi pendekatan deduktif adalah pendekatan yang dimulai dari definisi kemudian diikuti dengan contoh-contoh.

Ada empat tahapan yang harus dilakukan guru dalam melaksanakan pendekatan deduktif yakni: 1) tahap penyajian abstraksi; 2) tahap penjelasan istilah; 3) tahap penyajian contoh; dan 4) tahap siswa membuat contoh mereka sendiri (Samosir, 1997) (Winarso; 2014: 103). Langkah-langkah yang dapat digunakan dalam pendekatan deduktif dalam pembelajaran yaitu : 1) Memilih konsep, prinsip, aturan yang akan disajikan; 2) Menyajikan aturan, prinsip yang bersifat umum, lengkap dengan definisi dan buktinya ; 3) Disajikan contoh-contoh khusus agar peserta didik dapat menyusun hubungan antara keadaan khusus dengan aturan prinsip umum; 4) Disajikan bukti-bukti untuk menunjang atau menolak kesimpulan bahwa keadaan khusus itu merupakan gambaran dari keadaan umum (Winarso; 2014: 103-104).

Salah satu matakuliah yang dalam proses pembelajarannya menggunakan pendekatan deduktif adalah matakuliah Geometri. Hal ini disebabkan geometri merupakan mata kuliah yang menyajikan sifat-sifat atau prinsip-prinsip dalam matematika yang disusun sebagai suatu sistem deduktif (Afandi, 2013). Selain itu, tujuan matakuliah ini adalah melatih mahasiswa untuk berpikir terstruktur dan rasional deduktif.

Pada matakuliah Geometri, banyak teorema yang harus dibuktikan. Proses pembuktian tentunya dengan menggunakan penalaran deduktif. Masalah membuktikan merupakan bagian yang sangat penting dalam matematika (Suratno, 2016). Matematika dikembangkan melalui teorema-teorema yang yang dibuktikan kebenarannya. Sehingga pengetahuan tentang cara pembuktian sangat dibutuhkan dalam belajar matematika.

Didasarkan pada metode yang digunakan, pembuktian dalam matematika dapat dikelompokkan menjadi pembuktian langsung dan pembuktian tidak langsung (Suratno, 2019). Jenis-jenis pembuktian yang termasuk pembuktian tidak langsung adalah pembuktian

dengan kontradiksi dan pembuktian dengan kontraposisi. Beberapa cara pembuktian lain dalam matematika adalah pembuktian dengan induksi matematika, pembuktian dengan contoh penyangkal.

Pada proses pembuktian, mahasiswa sering mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian matematis. Moore (1994) melakukan penelitian tentang kesulitan mahasiswa dalam membuktikan, dalam penelitiannya Moore menemukan tujuh kesulitan dalam membuktikan, yaitu: 1) Mahasiswa tidak mengetahui definisi dan tidak dapat menyatakan definisi; 2) Mahasiswa mempunyai sedikit pemahaman intuitif dari konsep; 3) Gambar konsep mahasiswa tidak memadai untuk melakukan pembuktian; 4) Mahasiswa tidak dapat atau tidak ingin membangun dan menggunakan contoh mereka sendiri; 5) Mahasiswa tidak mengetahui bagaimana menggunakan definisi untuk menentukan keseluruhan struktur pembuktian; 6) Mahasiswa tidak mampu mengerti dan menggunakan bahasa dan notasi matematika; 7) Mahasiswa tidak tahu bagaimana cara memulai bukti.

Moore (1994) mengemukakan bahwa sulitnya mahasiswa dalam membuktikan pun tidak hanya karena kurangnya pengetahuan terhadap konten materi. Kadangkala menggunakan definisi untuk menuliskan bukti. Moore pun menyatakan bahwa mahasiswa mengetahui definisi dan dapat menjelaskannya secara informal namun tidak dapat mengetahui sumber kesulitan. Kesulitan tersebut disebabkan oleh tiga aspek, yaitu pemahaman konsep (definisi, gambar, dan kegunaan), kekurangan pengetahuan logika dan metode pembuktian, juga keterbatasan dari bahasa dan notasi. Mahasiswa pun lebih fokus pada prosedur dibandingkan konten. Lebih jauh lagi, mahasiswa menyadari bahwa mereka lebih menghafal bukti karena mereka tidak mengerti apa itu bukti dan bagaimana menuliskannya.

Pembuktian pada dasarnya adalah membuat serangkaian deduksi dari asumsi (premis atau aksioma) dan hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma atau teorema) untuk memperoleh hasil-hasil penting dari suatu persoalan matematika. Kemampuan Pembuktian Matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema (Lestari, 2015: 43). Kemampuan mengkonstruksi bukti adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (pembuktian langsung atau tak langsung).

Indikator kemampuan pembuktian matematis yang diukur dalam penelitian ini yaitu: 1) membaca pembuktian matematis (kemampuan mahasiswa mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan); 2) Mengkonstruksi bukti.

B. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif yang bertujuan untuk menggambarkan kemampuan pembuktian matematis pada mata kuliah geometri melalui pendekatan deduktif. Subjek penelitian yaitu mahasiswa semester I Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP Universitas Khairun yang berjumlah 30 mahasiswa. Instrumen pada penelitian ini menggunakan instrumen tes yang terdiri dari 2 butir soal kemampuan pembuktian matematis. Teknik analisa data yang digunakan teknik analisis deskriptif.

C. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

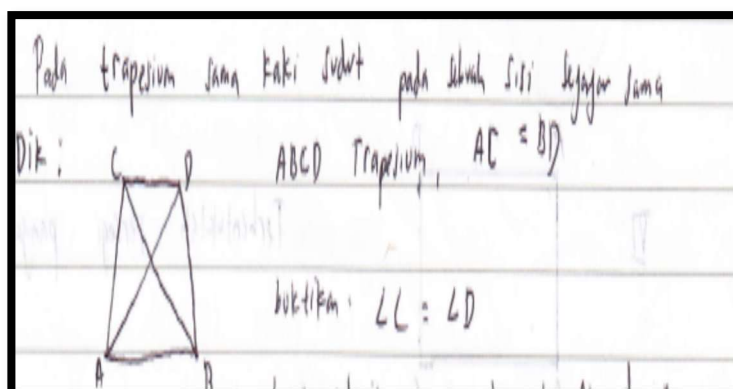
Hasil Penelitian

Hasil penelitian menunjukkan bahwa untuk indikator membaca pembuktian matematis terdapat 16 mahasiswa atau 53,3 % mahasiswa telah mampu membaca pembuktian matematis, sedangkan 14 mahasiswa atau 46,7 % belum mampu membaca pembuktian matematis. Untuk indikator mengontruksi bukti terdapat 14 mahasiswa atau 46,7% telah mampu mengontruksi bukti, sedangkan 53,3% belum mampu mengonstruksi bukti.

Pembahasan Hasil penelitian

a. Indikator membaca pembuktian matematis

Salah satu pekerjaan mahasiswa dalam membaca pembuktian matematis dapat dilihat dari gambar 1 berikut :

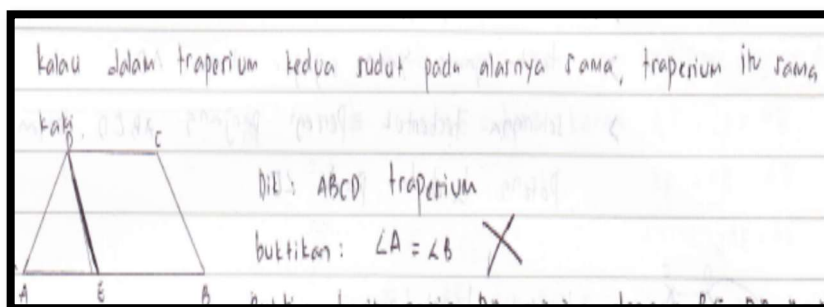


Gambar 1. Hasil Tes Subjek M1 pada Indikator Membaca pembuktian Matematis.

Berdasarkan Gambar 1 di atas, Subjek M1 telah mampu membaca pembuktian matematis, indikasi yang menunjukkan bahwa subjek M1 mampu membaca pembuktian matematis yaitu ketika diberikan teorema “*Dalam Trapesium sama kaki sudut pada sebuah sisi sejajar sama*”, subjek M1 sudah mampu mengidentifikasi data dari pernyataan yang

diberikan. Dari teorema yang diberikan sebelum subjek M1 menuliskan apa yang diketahui dari pernyataan, Subjek M1 merepresentasikan bangun trapesium dengan nama trapesium ABCD, setelah itu Subjek M1 menuliskan apa yang diketahui dari pernyataan. Subjek M1 menulis “ *Diketahui : ABCD Trapesium, $AB = CD$* ”, Subjek M1 juga menuliskan apa yang akan dibuktikan, Subjek M1 menulis “ *Buktikan $\angle C = \angle D$* ”. Berdasarkan hasil pekerjaan di atas, subjek M1 telah mampu membaca pembuktian matematis, hal ini disebabkan subjek M1 telah mampu mengidentifikasi data dari pernyataan yang diberikan.

Sedangkan salah satu pekerjaan mahasiswa yang menunjukkan ketidakmampuan dalam membaca pembuktian matematis dapat di lihat pada gambar 2 berikut :



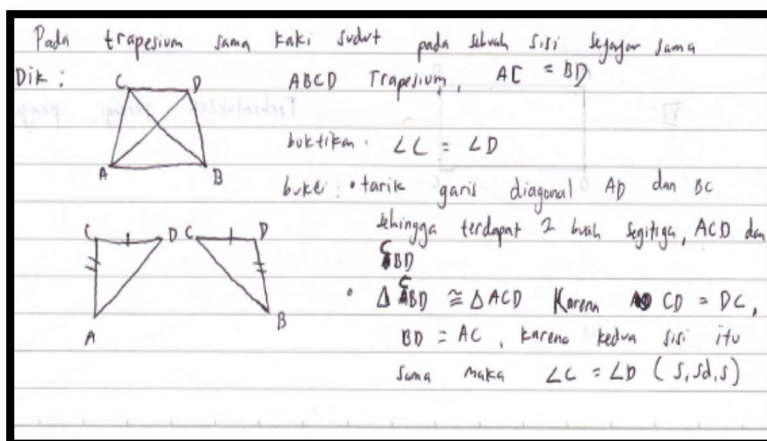
Gambar 2. Hasil Tes Subjek M2 pada Indikator Membaca pembuktian Matematis.

Berdasarkan Gambar 2 di atas, Subjek M2 belum mampu membaca pembuktian matematis, indikasi yang menunjukkan bahwa subjek M2 belum mampu membaca pembuktian matematis yaitu ketika diberikan teorema “ *kalau dalam trapezium kedua sudut pada dasarnya sama, trapesium itu sama kaki*”, subjek M2 belum mampu mengidentifikasi data dari pernyataan yang diberikan. Dari teorema yang diberikan sebelumnya subjek M1 menuliskan apa yang diketahui dari pernyataan, Subjek M2 merepresentasikan bangun trapesium dengan nama trapesium ABCD, kemudian menarik garis yang sejajar dengan sisi CB. Setelah itu Subjek M2 menuliskan apa yang diketahui dari pernyataan. *Diketahui : ABCD Trapesium*, Subjek M2 juga menuliskan apa yang akan dibuktikan, jawaban dari Subjek M2 menulis “ *Buktikan $\angle A = \angle B$* ”. Berdasarkan hasil pekerjaan di atas, subjek M2 belum mampu membaca pembuktian matematis, hal ini disebabkan subjek M1 belum menuliskan semua data yang ada pada pernyataan dan masih keliru dalam menuliskan apa yang akan dibuktikan. Data yang harus dituliskan oleh subjek M2 terkait dengan apa yang diketahui yaitu menuliskan *Diketahui : ABCD Trapesium*, kemudian harus ditambah dengan $\angle A = \angle B$. untuk yang akan dibuktikan seharusnya subjek M2 menulis *buktikan $AD = BD$* (sesuai dengan gambar 2). Berdasarkan hasil pekerjaan di atas, subjek M2 belum

mampu membaca pembuktian matematis, hal ini disebabkan subjek M2 belum mampu mengidentifikasi data dari pernyataan yang diberikan.

b. Indikator melakukan Mengkonstruksi Bukti Matematis

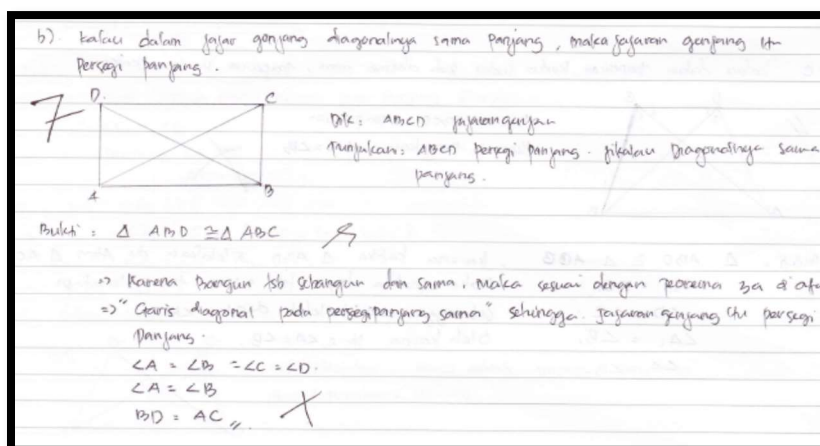
Salah satu pekerjaan mahasiswa dalam Mengkonstruksi Bukti Matematis dapat dilihat dari gambar 3 berikut :



Gambar 3. Hasil Tes Subjek M1 pada Indikator Mengkonstruksi Bukti Matematis.

Berdasarkan gambar 3 di atas, Subjek M1 telah mampu mengkonstruksi bukti, ini dapat dilihat dari pekerjaan mahasiswa ketika diberikan teorema “ Pada trapezium sama kaki sudut pada sebuah sisi sejajar sama “ Mahasiswa menjawab “ Tarik garis diagonal AD dan BC sehingga terdapat 2 buah segitiga, ACD dan CBD”. $\Delta CBD \cong \Delta ACD$ karena $CD = DC$, $BD = AC$. Karena kedua sisi itu sama maka $\angle C = \angle D$ (S, Sd, S). Dari jawaban yang diberikan oleh Subjek M1, Subjek M1 memanfaatkan konsep kekongruenan segitiga untuk membuktikan teorema yang akan dibuktikan.

Sedangkan salah satu pekerjaan mahasiswa yang menunjukkan ketidakmampuan dalam mengkonstruksi bukti matematis dapat dilihat pada gambar 4 berikut :



Gambar 4. Hasil Tes Subjek M3 pada Indikator Mengkonstruksi Bukti Matematis.

Berdasarkan gambar 4 di atas, Subjek M3 belum mampu mengkonstruksi bukti, ini dapat dilihat dari pekerjaan mahasiswa ketika diberikan teorema “ *Kalau dalam jajaran genjang diagonalnya sama panjang, maka jajaran genjang tersebut persegi panjang* “Subjek M3 menjawab “ $\Delta ABD \cong \Delta ABC$, karena bangun tersebut sebangun dan sama maka sesuai dengan teorema 3a di atas “ *garis diagonal pada persegi panjang sama* “ sehingga jajaran genjang itu persegi panjang. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D, \angle A = \angle B, BD = AC$. Dari jawaban yang diberikan oleh mahasiswa M3, mahasiswa memanfaatkan konsep kekongruenan segitiga tetapi masih belum cukup untuk membuktikan jajaran genjang pada teorema yang diberikan adalah persegi panjang. Untuk membuktikan bahwa jajaran genjang pada teorema yang diberikan adalah persegi panjang, perlu dibuktikan salah satu sudut dari jajaran genjang besarnya 90° .

D. SIMPULAN

Kemampuan mahasiswa dalam membaca pembuktian matematis sudah cukup baik walaupun masih ada yang keliru dalam membaca pembuktian matematis. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengontruksi bukti disebabkan karena mahasiswa belum mampu merepresentasikan konsep untuk melakukan pembuktian, mahasiswa tidak mengetahui bagaimana menggunakan definisi untuk menentukan keseluruhan struktur pembuktian; dan mahasiswa tidak tahu bagaimana cara memulai bukti.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, I.H. dan Suratno, J. (2015). Pengaruh Pendekatan Pembelajaran Berbasis Masalah terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 20(2), 112-115
- Afandi, A. (2013). Pendekatan *open-ended* dan inkuiri terbimbing ditinjau dari kemampuan pemecahan masalah dan representasi multipel matematis. *PYTHAGORAS: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(1), 1-11.
- Afandi, A. (2016a). Keefektifan Pendekatan Inkuiri Terbimbing Ditinjau dari Kemampuan Pemecahan Masalah pada Siswa SMP. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(2).
- Afandi, A. (2016b). Perbandingan Pendekatan *Open-Ended* Dan Inkuiri Terbimbing Ditinjau Dari Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Representasi Multipel Matematis. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 3(1)
- Afandi, A. dan Jalal, A. (2019). Pengembangan LKM dengan Pendekatan *Open-ended* untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif pada Mata Kuliah Geometri. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 6(2).
- Ibrahim dan Suparni. 2012. *Pembelajaran Matematika dan Aplikasinya*. Suka Press. Yogyakarta

- Jalal, A. dan Afandi, A. (2017). Pengembangan Lembar Kegiatan Mahasiswa (LKM) Aljabar Berbasis Masalah untuk Mengoptimalkan Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 6(2).
- Lestari, K, E. 2015. *Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif Pada Mata Kuliah Analisis Real*. *Mendidik: Jurnal Kajian Pendidikan dan Pengajaran*, Vol. 1, No. 2, Oktober 2015, Page 128-135. ISSN: 2443-1535
- Moore, R, C. 1994. *Making The Transition to formal proof. Educational studies in mathematics*. Springer, Vol. 27. No.3. October 1994, Page 249 – 266.
- Nurrahmah, A & Karim, A. 2018. *Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Teori Bilangan*. e-Dumath. Jurnal Pendidikan Matematika. Volume. 4. No 2. ISSN : 2356 – 2064.
- Sirajudin, N., Suratno, J., & Pamuti. (2021). Developing creativity through STEM education. *Journal of Physics: Conference Series*, 1806(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1806/1/012211>
- Suratno, J. (2019). The Effect of Discovery Learning on Students' Mathematical Discovery Learning Skill. *Journal of Educational Research*, 4(5), 1-12
- Suratno, J. (2020). Using ornaments to enhance students' proving skill in geometry. *Proceedings of the 1st International Conference on Teaching and Learning*, 194-199
- Suratno, J., Ardiana, & Tonra, W. S. (2018). Computer-assisted guided discovery learning of algebra. *Journal of Physics: Conference Series*, 1028(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1028/1/012132>
- Suratno, J., Tonra, W. S., & Ardiana. (2019). The effect of guided discovery learning on students' mathematical communication skill. *AIP Conference Proceedings*, 2194(December), 1–7. <https://doi.org/10.1063/1.5139851>
- Syafri, S. F. 2017. *Kemampuan representasi matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematis*. e-Dumath. Jurnal Pendidikan Matematika. Volume. 4. No 2. ISSN : 2356 – 2064.
- Winarso, W. 2014. *Membangun Kemampuan Berfikir Matematika Tingkat Tinggi Melalui Pendekatan Induktif, Deduktif Dan Induktif-Deduktif Dalam Pembelajaran Matematika*. Eduma Vol.3 No.2, Desember 2014. ISSN 2086 – 3918