

Penerapan Metode Kendali Nonlinier Berbasis Sistem Servo pada Sistem Magnetic Levitation (Maglev)

Wira Fadlun

Program Studi Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Informasi dan Elektro Universitas Teknologi Yogyakarta
Jln. Ringroad Utara, Jombor, Yogyakarta, Indonesia
e-mail: wira.fadlun@staff.uty.ac.id

Abstrak—Dalam mendesain sistem kendali maglev umumnya terkendala oleh dinamika sistem yang kompleks dan nonlinier sehingga dibutuhkan pemilihan metode yang tepat. Oleh karena itu, pada penelitian ini diajukan sebuah pemodelan sistem kendali maglev dengan menerapkan salah satu metode nonlinier yaitu *feedback linearization* yang dikembangkan dengan mengadaptasi sistem servo yang dinamakan kendali *servo-feedback linearization*. Hasil pemodelan sistem diuji dengan simulasi menggunakan matlab *simulink*. Performa sistem kendali hasil pemodelan yang diajukan pada penelitian ini dibandingkan dengan performa kendali *feedback linearization* sederhana. Hasil simulasi sistem kendali dengan skenario tanpa pemberian gangguan (*disturbance*) menunjukkan kendali *feedback linearization* dan kendali *servo-feedback linearization* menunjukkan performa yang bagus. Sinyal *output* kedua sistem kendali dapat mengikuti sinyal *input* referensi (*set point*). Hasil simulasi sistem kendali dengan skenario dengan penambahan gangguan (*disturbance*) dalam bentuk sinyal *step* menunjukkan kendali *feedback linearization* memiliki performa yang kurang baik, kendali tersebut tidak dapat meredam gangguan, sebaliknya kendali *servo-feedback linearization* dapat meredam gangguan yang diberikan.

Kata kunci — *magnetic levitation*, sistem kendali, nonlinier.

I. PENDAHULUAN

Metode kendali nonlinier telah menjadi metode yang sangat penting dan sangat bermanfaat dalam dunia kendali selama beberapa dekade terakhir. Beberapa contoh metode kendali nonlinier antara lain *feedback linearization*, *sliding mode control*, *Lyapunov redesign*, *backstepping*, *passivity-based control* dan *high-gain observer* [1]. Suatu sistem dengan ketak-linieran yang tinggi dan dinamika yang kompleks merupakan permasalahan yang menjadi tantangan besar dalam mendesain suatu sistem kendali. Metode kendali nonlinier merupakan metode yang tepat untuk mendesain sistem kendali untuk sistem dengan kategori tersebut. Beberapa penelitian telah membuktikan hal tersebut [2], [3], [4]. Salah satu contoh sistem yang memiliki dinamika dengan ketak-linieran yang tinggi, kompleks, dan tak-stabil adalah sistem *magnetic*

levitation. Oleh karena itu, sistem maglev merupakan *plant* yang ideal untuk diterapkannya metode kendali nonlinier. Teknologi maglev memiliki kelebihan-kelebihan yang sangat penting dan bermanfaat di berbagai bidang. Kelebihan-kelebihan tersebut diantaranya adalah tidak terdapat gesekan antara bagian yang bergerak dan bagian yang statis, memiliki pergerakan cepat, dan efisiensi tinggi. Dengan kelebihan-kelebihan yang dimiliki tersebut membuat teknologi maglev banyak diaplikasikan di berbagai bidang yang sangat bermanfaat bagi manusia. Penerapan teknologi maglev bisa ditemukan dalam bidang biomedis [5], transportasi berkecepatan tinggi [6], robot mikro [7], dan *magnetic bearing* [8].

Pengendalian sistem maglev telah dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya menggunakan metode kendali nonlinier seperti *sliding mode control* [9] [10] [11], *backstepping* [12] dan *feedback linearization* [13] [14]. Ketiga metode tersebut memiliki kekurangan masing-masing. Metode *sliding mode control* selalu terjebak dalam fenomena *chattering*. Fenomena *chattering* merupakan osilasi dengan frekuensi dan amplitudo yang tinggi pada hasil respon sistem kendali. Pada metode *backstepping*, dalam mendesain suatu sistem kendali dibutuhkan suatu sistem yang memiliki dinamika matematis yang memenuhi bentuk tertentu yang disebut *strict-feedback form*, sehingga tidak semua sistem *compatible* dengan metode ini. Kedua metode yang telah diuraikan tersebut membutuhkan perhitungan matematis yang rumit dalam proses desain kendali. Metode *feedback linearization* hanya dapat diterapkan pada sistem dengan dinamika yang memenuhi syarat *feedback linearizable*, sehingga seperti metode *backstepping*, metode ini tidak bisa diterapkan pada semua sistem. Namun, tingkat kerumitan perhitungan matematisnya lebih rendah dibandingkan dengan dua metode sebelumnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Berikut adalah beberapa penelitian sebelumnya yang menerapkan metode *feedback linearization* pada sistem maglev. Penelitian yang dilakukan oleh Li dan Cui

adalah menerapkan metode *feedback linearization* pada sistem maglev dengan mempertimbangkan ketidakpastian besaran massa objek (*mass uncertainty*) maglev [13]. Pengujian hasil perancangan kendali berbasis *feedback linearization* dibandingkan dengan kendali PID. Hasil pengujian menunjukkan performa kendali *feedback linearization* lebih baik dibandingkan kendali PID. Selanjutnya penelitian lainnya yang mengangkat masalah pengendalian sistem maglev dengan menerapkan metode *feedback linearization* adalah penelitian yang dilakukan oleh Kumar dkk, penelitian mereka lebih terfokus dalam mengendalikan sistem maglev aktuator tunggal [14]. Kendali dirancang untuk mempertahankan posisi objek pada posisi ekuilibrium dengan mengubah-ubah nilai tegangan elektromagnet. Hasil pengujian kendali menunjukkan performa yang relatif cukup baik. Penelitian yang dilakukan oleh Pradhan dkk mengusulkan sebuah kendali nonlinier berbasis *input-output feedback linearization* menggunakan *differential geometry* yang dikombinasikan dengan *linear state feedback controller* untuk mengendalikan posisi bola ferromagnetik dari maglev [15]. Hasil pengujian menunjukkan keluaran kendali dapat mengikuti sinyal referensi dengan baik. Hasil keluaran kendali berbasis *feedback linearization* tersebut dibandingkan dengan hasil keluaran kendali berbasis konvensional PID yang mana kendali yang diusulkan lebih superior dibandingkan kendali PID.

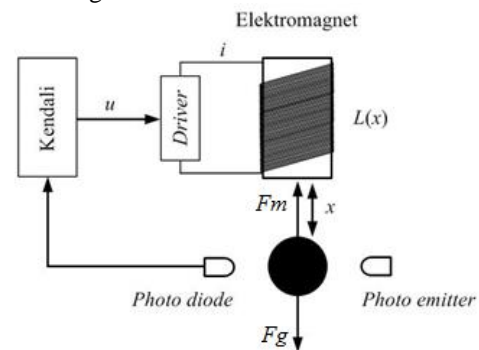
Berdasarkan uraian tersebut, pada penelitian ini diajukan sebuah desain sistem kendali menggunakan salah satu metode kendali nonlinier yaitu *feedback linearization* dengan mengambil studi kasus sistem maglev. Tujuan dari penelitian ini adalah mendesain sebuah sistem kendali menggunakan metode *feedback linearization* yang mengadopsi sistem servo (kendali *servo-feedback linearization*). Kemudian melakukan studi simulasi sistem maglev menggunakan kendali *feedback linearization* dan kendali *servo-feedback linearization* serta mengevaluasi perbandingan performa kendali *feedback linearization* dan kendali *servo-feedback linearization* saat diberikan gangguan (*disturbance*) dan tanpa adanya gangguan.

III. METODOLOGI

A. Pemodelan Sistem Maglev

Magnetic levitation system merupakan sebuah sistem yang di dalamnya terdapat penangguhan sebuah objek (biasanya baja atau bahan konduktor) di udara pada ketinggian tertentu tanpa adanya kontak langsung dengan benda lain dengan memanfaatkan kekuatan medan listrik atau medan magnetik [16]. Pada kasus pengangkatan atau penangguhan objek, arus listrik yang mengalir pada kawat belitan (kumparan) akan menghasilkan medan magnetik terpusat. Medan magnetik tersebut dimanfaatkan untuk menarik objek berlawanan arah dengan gaya gravitasi seperti terlihat pada Gambar 2.1. Pada Gambar tersebut penangguhan objek (bola ferromagnetik) dilakukan dengan

menyeimbangkan gaya elektromagnetik F_m dan gaya gravitasi F_g . Arus yang melewati kumparan dinyatakan dengan i , dan $L(x)$ merupakan induktansi pada kumparan. *Photo diode* dan *photo emitter* merupakan sensor posisi objek maglev yang terhubung langsung dengan blok kendali. Kendali akan mengontrol parameter-parameter kendali seperti arus dan tegangan yang bertujuan mempertahankan posisi objek pada posisi *set point*. *Driver* merupakan perangkat antarmuka yang menguatkan sinyal kendali untuk dapat mengatur blok elektromagnet.



Gambar 2.1. Diagram skematik sistem maglev

1. Pemodelan Dinamika Elektromagnetik

Gaya elektromagnetik yang dihasilkan oleh arus dalam kumparan diberikan oleh Hukum Tegangan Kirchhoff yang diberikan pada Persamaan (2.1) [17].

$$v(t) = V_R + V_L = iR + \frac{L(x)di}{dt} \quad (2.1)$$

dengan v =tegangan, i =arus, R =tahanan, L =induktansi.

2. Pemodelan Mekanik

Penangguhan objek maglev (bola ferromagnetik) dilakukan dengan menyeimbangkan gaya elektromagnetik F_m dan gaya gravitasi F_g ditunjukkan pada Gambar 2.1. Persamaan (2.2) menunjukkan gaya total F_a yang bekerja pada magnet yang diberikan oleh Hukum Ketiga Newton tentang gerak dengan mengabaikan redaman, gesekan dan gaya tarik udara [17].

$$F_a = F_g - F_m \quad (2.2a)$$

$$m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right) = mg - \frac{Ki}{x^2} \quad (2.2b)$$

dengan m =massa objek, x =posisi objek, g =gaya gravitasi, K =Magnetic Force Constant.

3. Model Nonlinier

Berdasarkan pemodelan dinamika elektromagnetik dan pemodelan mekanik, sistem dapat didefinisikan oleh persamaan diferensial (2.3) [17].

$$u = \frac{dx}{dt} \quad (2.3a)$$

$$v = iR + \frac{L(x)di}{dt} \quad (2.3b)$$

$$m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right) = mg - \frac{Ki}{x^2} \quad (2.3c)$$

Persamaan (2.3b) menunjukkan bahwa $L(x)$ adalah fungsi nonlinear posisi magnet x . Berbagai estimasi telah digunakan untuk menentukan induktansi dari sistem ini. Pendekatan yang diambil pada pemodelan ini adalah pendekatan bahwa induktansi bervariasi terhadap kebalikan dari posisi magnet [18], sehingga $L(x)$ dapat dinyatakan dalam bentuk Persamaan (2.4).

$$L(x) = L + \frac{L_0 x_0}{x^2} \quad (2.4)$$

dengan L adalah induktansi konstan kumparan tanpa adanya magnet dan L_0 adalah induktansi dengan adanya pengaruh magnet, x_0 adalah titik ekuilibrium. Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.4) ke Persamaan (2.3b) menghasilkan Persamaan (2.5).

$$v(t) = iR + \frac{(L + \frac{L_0 x_0}{x^2}) di}{dt} \quad (2.5)$$

Dengan mensubstitusikan $L_0 x_0 = 2k$ ke Persamaan (2.5), maka diperoleh Persamaan (2.6).

$$v(t) = iR + L \left(\frac{di}{dt} \right) - K \left(\frac{i}{x^2} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) \quad (2.6)$$

4. Bentuk Vektor (State Space)

Dengan memilih $x = x_1$, $v = x_2$, $i = x_3$, maka Persamaan (2.3a), (2.3b) dan (2.6) dapat direpresentasikan dalam format vektor di mana posisi objek maglev diambil sebagai variabel output seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (2.7) dan (2.8).

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{Kx_3^2}{mx_1^2} \\ -Rx_3 + \frac{2Kx_2x_3}{Lx_1^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.7)$$

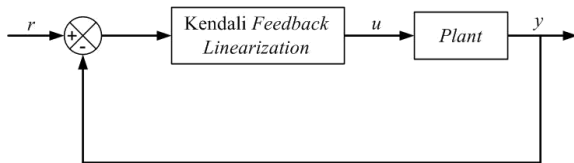
$$y = x_1 \quad (2.8)$$

B. Desain Sistem Kendali

Pada penelitian ini dirancang dua buah kendali yaitu kendali *feedback linearization* dan *servo-feedback linearization*.

1. Kendali Feedback Linearization

Secara umum kendali *feedback linearization* digambarkan secara skematik Gambar 3.1. Dalam merancang kendali berbasis *feedback linearization* tidak lepas dari adanya proses linierisasi dari bentuk nonlinear menjadi bentuk linier.



Gambar 3.1. Blok Kendali Feedback Linearization

Dinamika sistem maglev yang nonlinear (Persamaan (2.7)) dilinierkan menggunakan metode *feedback linearization*. Ide sentral dari *feedback linearization*

adalah untuk mengubah atau mentransformasi dinamika sistem nonlinear menjadi (sepenuhnya atau sebagian) linier secara aljabar, sehingga metode kendali linier dapat diterapkan. Untuk dapat menerapkan metode *feedback linearization*, sebuah sistem nonlinear harus memenuhi syarat *feedback linearizable* yang diuraikan oleh Definisi 3.1 dan Teorema 3.1 [19].

Definisi 3.1 Sebuah sistem nonlinear dalam bentuk

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3.1)$$

dengan $f: D \rightarrow R^n$ dan $g: D \rightarrow R^{n \times p}$ cukup smooth pada domain $D \subset R^n$, dikatakan *feedback linearizable input-state linearizable* jika terdapat diffeomorphism $T: D \rightarrow R^n$ sehingga $D_z = T(D)$ yang mengandung origin dan perubahan variabel $z = T(x)$ yang mengubah sistem (3.1) kedalam bentuk

$$\dot{z} = Az + B\gamma(x)[u - \alpha(x)] \quad (3.2)$$

dengan (A, B) controllable dan $\gamma(x)$ nonsingular untuk semua $x \in D$.

Teorema 3.1 Sebuah sistem nonlinear dalam bentuk (3.1) dengan $f(x)$ dan $g(x)$ merupakan bidang smooth vector, dikatakan *input-state linearizable* jika dan hanya jika terdapat domain D yang memenuhi kondisi sebagai berikut:

1. Vector fields $[g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g]$ adalah linearly independent pada domain D
2. Vector fields $[g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g]$ adalah involutive pada domain D .

Persamaan *state space* sistem maglev termasuk memenuhi bentuk Persamaan (3.1). Persamaan *state space* sistem maglev dinyatakan dalam Persamaan (3.3),

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{ax_3^2}{x_1^2} \\ -bx_3 + \frac{2cx_2x_3}{x_1^2} \end{bmatrix}, g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} u \quad (3.3)$$

dengan $a = \frac{K}{m}$, $b = \frac{R}{L}$, $c = \frac{K}{L}$, dan $d = \frac{1}{L}$.

Untuk dapat mengevaluasi terpenuhi atau tidak syarat *feedback linearization*, dibutuhkan pembentukan matriks $G(x)$ dan D . Elemen-elemen dari kedua matriks tersebut dibangun menggunakan metode *Lie Bracket* [19]. Berikut adalah pembentukan elemen-elemen matriks menggunakan *Lie Bracketing*:

1. Pembentukan elemen matriks g

$$ad_f^0 g = g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

2. Pembentukan elemen matriks $ad_f g$

$$ad_f g = [f, g] = -\frac{\partial f}{\partial x} g = - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2ax_3^2}{x_1^3} & 0 & -\frac{2ax_3}{x_1^2} \\ -2dx_2x_3 & \frac{2cx_3}{x_1^2} & -b + \frac{2cx_2}{x_1^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2adx_3}{x_1^2} \\ \frac{bd - 2cdx_2}{x_1^2} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

3. Pembentukan elemen matriks ad_f^2g

$$ad_f^2g = [f, ad_fg] = -\frac{\partial f}{\partial x} ad_fg$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{2ax_3^2}{x_1^3} & 0 & \frac{-2ax_3}{x_1^2} \\ \frac{-2dx_2x_3}{x_1^3} & \frac{2cx_3}{x_1^2} & \frac{-b + 2cx_2}{x_1^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2adx_3}{x_1^2} \\ \frac{bd - 2cdx_2}{x_1^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-2ax_3}{x_1^2} \\ \frac{2abd x_3 - 4acd x_2 x_3}{x_1^4} \\ \frac{b^2 d + 4c^2 dx_2^2 - 4acd x_3^2 - 4bcd x_2}{x_1^4} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Dari elemen-elemen yang telah dibentuk sebelumnya, selanjutnya dibentuk matriks $G(x)$ dan D .

1. Pembentukan matriks $G(x) = [g, ad_fg, \dots, ad_f^2g]$

Matriks $G(x)$ dinyatakan dengan Persamaan (3.7).

$$[f, ad_fg, ad_f^2g]$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-2ax_3}{x_1^2} \\ 0 & \frac{2adx_3}{x_1^2} & \frac{2abd x_3 - 4acd x_2 x_3}{x_1^4} \\ d & \frac{bd - 2cdx_2}{x_1^2} & \frac{b^2 d + 4c^2 dx_2^2 - 4acd x_3^2 - 4bcd x_2}{x_1^4} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

2. Pembentukan matriks $D = [g, ad_fg]$

$$[g, ad_fg] = -\frac{\partial ad_fg}{\partial x}$$

$$= - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{2adx_3}{x_1^3} & 0 & \frac{2ad}{x_1^2} \\ \frac{bd - 2cdx_2}{x_1^3} & \frac{-2cd}{x_1^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2ad^2}{x_1^2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Matriks $G(x)$ yang ditunjukkan pada Persamaan (3.7) merupakan matriks yang *linearly independent* dan matriks D yang ditunjukkan pada Persamaan (3.8) termasuk *invertible*. Dengan demikian, sistem maglev memenuhi syarat *feedback linearizable*.

Langkah selanjutnya adalah melakukan perubahan variabel yang bertujuan untuk mereduksi ketak-linieran pada persamaan nonlinier sistem maglev seperti yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.9).

$$z_1 = x_1 \quad (3.9a)$$

$$z_2 = x_2 \quad (3.9b)$$

$$z_3 = g - \frac{ax_3^2}{x_1^2} \quad (3.9c)$$

Langkah selanjutnya adalah membentuk koordinat baru seperti yang dapat dilihat pada Persamaan (3.10).

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (3.10a)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \quad (3.10b)$$

$$\dot{z}_3 = M + Nu \quad (3.10c)$$

$$M = -\frac{4cgz_2}{z_1^2} + \frac{4cz_2z_3}{z_1^2} + 2bg - 2bz_3$$

$$+ \frac{2g}{z_1} - \frac{2z_3}{z_1}$$

$$N = -2d \left(\frac{g - z_1^2 z_3}{a} \right)^{\frac{1}{4}} (g - z_3) u.$$

Dalam mendesain kendali *feedback linearization*, proses linearisasi dilakukan dengan membangun sebuah *state feedback control law* seperti yang dapat dilihat pada Persamaan (3.11),

$$u = \frac{q - M}{N} \quad (3.11)$$

dengan q adalah masukan baru yang dirancang untuk mendesain sistem linier. Persamaan linier dapat dinyatakan dalam Persamaan (3.12).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} q \quad (3.12)$$

Hasil linierisasi yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.12) merupakan tujuan akhir dari proses linierisasi menggunakan *feedback linearization*. Selanjutnya didesain kendali linier dengan membangun *linear state feedback control* seperti yang ditunjukkan pada Persamaan (3.13).

$$q = -k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_3 z_3 \quad (3.13)$$

Linear state feedback control dibangun dengan tujuan untuk menempatkan *eigen values* pada sisi sebelah kiri dari *complex plane*. Dalam menentukan nilai k_1 , k_2 dan k_3 digunakan metode *pole placement* [20]. Nilai *poles* dipilih sebesar $s = -70$, $s = -80$, dan $s = -100$. Setelah melalui proses perhitungan menggunakan metode *pole placement*, diperoleh nilai K yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.14).

$$K = [k_1 \ k_2 \ k_3] = [560000 \ 20600 \ 250] \quad (3.14)$$

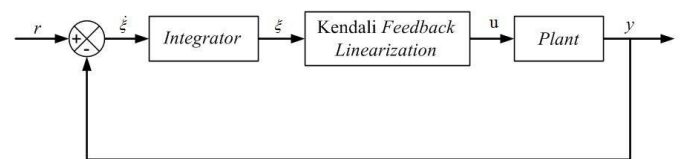
Keseluruhan dari persamaan *state feedback control law* dari kendali *feedback linearization* ditunjukkan oleh Persamaan (3.15).

$$u = -\frac{x_1^2}{2adx_3} (-k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 \left(\frac{g - ax_3^2}{x_1^2} \right))$$

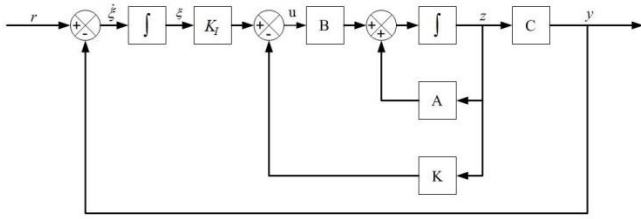
$$+ 4ac \frac{x_2 x_3^2}{x_1^4} - 2ab \frac{x_3^2}{x_1^2} - 2a \frac{x_2 x_3^2}{x_1^3} \quad (3.15)$$

2. Kendali Servo-Feedback Linearization

Sistem kendali servo berbasis *feedback linearization* didesain dengan tujuan menghilangkan *steady-state error* dan meredam gangguan (*disturbance*) yang diberikan dengan mengadaptasi sistem servo dengan penambahan integrator (Gambar 3.2). Gambar 3.3 menunjukkan blok kendali servo ekuivalen dari Gambar 3.2 dimana blok tersebut merupakan gambaran yang lebih detail dari blok kendali servo [20].



Gambar 3.2. Blok Kendali Servo-Feedback Linearization



Gambar 3.3. Blok Kendali Servo-Feedback Linearization Ekuivalen

Berdasarkan blok sistem kendali yang ditunjukkan pada Gambar 3.3, dapat dibentuk Persamaan (3.16)[20].

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (3.16a)$$

$$y = Cz \quad (3.16b)$$

$$u = -Kz + K_I \xi \quad (3.16c)$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cz \quad (3.16d)$$

dengan $z = \text{state vector}$ untuk *plant* (n -vector), $u =$ sinyal kontrol (skalar), $y =$ sinyal output (skalar), $\xi =$ output dari *integrator*, $r =$ sinyal input referensi (*step function*).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0 \ 0].$$

Berdasarkan Persaman (3.16), dinamika sistem bisa direpresentasikan kedalam bentuk Persamaan (3.17).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (3.17)$$

Selanjutnya didesain sistem yang stabil asimtotik dimana $z(\infty), \xi(\infty)$ dan $u(\infty)$ bernilai tetap (konstan) [32]. Pada saat *steady state*, $\dot{\xi}(\infty) = 0$, sehingga $y(\infty) = r$. Dinamika sistem pada saat *steady state* ditunjukkan oleh Persamaan (3.18).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (3.18)$$

Dengan $r(t)$ merupakan *step input*, diperoleh $r(\infty) = r(t) = r$ (*constant*) untuk $t > 0$. Dengan mengurangi Persaman (3.17) dengan Persamaan (3.18), diperoleh Persamaan (3.19).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) - \dot{z}(\infty) \\ \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) - z(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - u(\infty) \quad (3.19)$$

Dengan mendefinisikan

$$z(t) - z(\infty) = z_e(t) \quad (3.20a)$$

$$\xi(t) - \xi(\infty) = \xi_e(t) \quad (3.20b)$$

$$u(t) - u(\infty) = u_e(t) \quad (3.20c)$$

Maka Persamaan (3.19) dapat ditulis ke dalam bentuk Persamaan (3.21).

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_e(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_e(t) \quad (3.21)$$

dengan

$$u_e(t) = -Kz_e(t) + k_I \xi_e(t) \quad (3.22)$$

Dengan mendefinisikan *error* ke-($n+1$) yang baru $e(t)$ seperti pada Persamaan (3.23),

$$e(t) = \begin{bmatrix} z_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} = \text{vector } (n+1) \quad (3.23)$$

maka Persamaan (3.21) dapat ditulis ke dalam bentuk Persamaan (3.24),

$$\dot{e} = \hat{A}e + \hat{B}u_e \quad (3.24)$$

$$\text{dengan } \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

dan Persamaan (3.22) ditulis menjadi Persamaan (3.25),

$$u_e = -\hat{K}e \quad (3.25)$$

dengan

$$\hat{K} = [K \ | \ -k_I] \quad (3.26)$$

Persamaan *state error* yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.27) diperoleh dengan mensubstitusikan Persamaan (3.25) ke Persamaan (3.24).

$$\dot{e} = (\hat{A} - \hat{B}\hat{K})e \quad (3.27)$$

Eigen values yang diinginkan dari matriks $\hat{A} - \hat{B}\hat{K}$ (yang juga merupakan *closed-loop poles*) dispesifikasikan sebagai $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n+1}$, selanjutnya *state feedback gain* matriks K dan *integral gain constant* k_I dapat dihitung menggunakan metode *pole-placement*. Langkah selanjutnya dibentuk matriks \hat{A}, \hat{B} dan *gain* \hat{K} sebagai berikut:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ | \ -k_I].$$

Nilai *poles* dipilih sebesar $s = -70, s = 80, s = -100$, dan $s = -110$. Setelah melalui proses perhitungan menggunakan metode *pole-placement*, diperoleh nilai \hat{K} yang ditunjukkan oleh Persamaan (3.28).

$$\begin{aligned} \hat{K} &= [k_1 \ k_2 \ k_3 \ | \ -k_I] \\ &= [2826000 \ 48100 \ 360 \ | \ -61600000] \quad (3.28) \end{aligned}$$

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengujian dilakukan secara berturut-turut dimulai dengan pengujian kendali *feedback linearization* dan pengujian kendali *servo-feedback linearization*. Nilai parameter sistem maglev yang digunakan pada penelitian ini diberikan pada Tabel 4.1 [21].

Tabel 4.1. Tabel Nilai Parameter Sistem Maglev

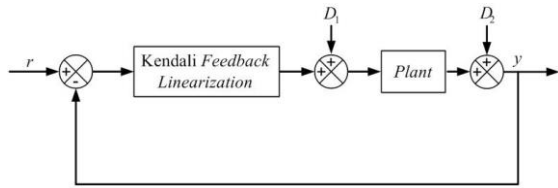
PARAMETER	NILAI (BESARAN)
Posisi Objek	$x = 0,01$ m
Arus	$i = 3,2$ A
Massa Objek	$m = 0,025$ kg
Percepatan Gravitasi	$g = 9,81$ m/s ²
Magnetic Force Constant	$K = 2,395$ Nm ² /A ²
Resistansi Kumparan	$R = 4,2$ Ω
Induktansi Kumparan	$L = 0,02$ H

1. Pengujian Kendali Feedback Linearization

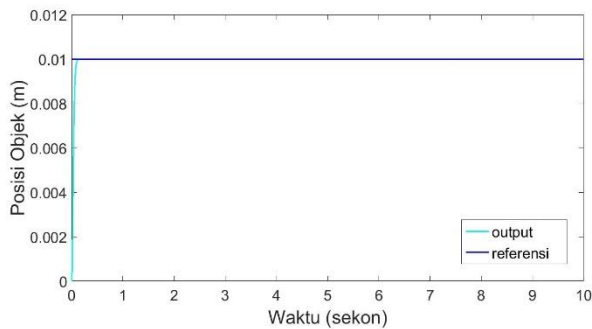
Pengujian performa kendali terdiri atas dua bagian, yaitu pengujian tanpa gangguan dan pengujian dengan gangguan. Pengujian tanpa gangguan dilakukan untuk mengetahui sejauh mana kemampuan *tracking control* dari kendali *feedback linearization* terhadap sinyal referensi yang diberikan berupa sinyal *step*, sinus, dan *uniform random number*. Pengujian dengan gangguan dimaksudkan untuk mengetahui respon sistem terhadap

Penerapan Metode Kendali Nonlinier Berbasis Sistem Servo pada Sistem Magnetic Levitation

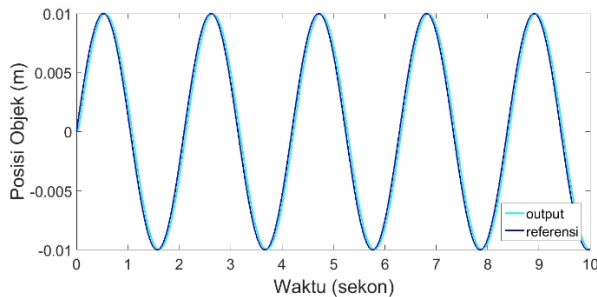
gangguan yang diberikan. Pada pengujian kendali dengan gangguan, sinyal *input* referensi yang diberikan adalah sinyal *step* (D_1 dan D_2) dengan *Amplitudo*=0.01m dan *step time* = 3 *sekon* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.1.



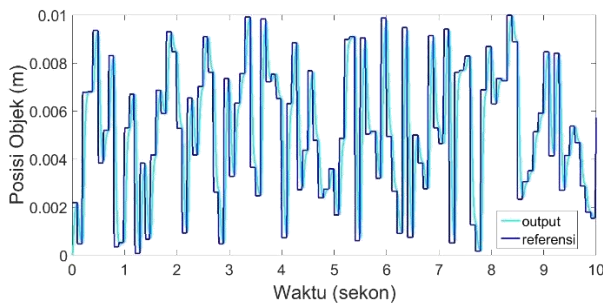
Gambar 4.1. Blok Kendali Feedback Linearization dengan Gangguan D_1 dan D_2



Gambar 4.2. Hasil Simulasi Kendali Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Step

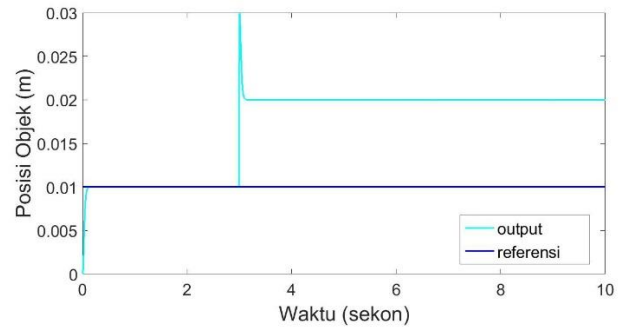


Gambar 4.3. Hasil Simulasi Kendali Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Sinus



Gambar 4.4. Hasil Simulasi Kendali Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Uniform Random Number

Hasil simulasi kendali tanpa gangguan untuk sinyal *input* referensi yang diberikan adalah sinyal *step*, sinus, dan *uniform random number* secara berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.2, Gambar 4.3, dan Gambar 4.4. Pada ketiga gambar tersebut terlihat sinyal *output* dapat mengikuti sinyal referensi dengan baik.

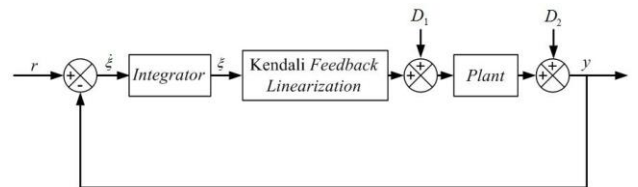


Gambar 4.5. Hasil Simulasi Kendali Feedback Linearization Dengan Gangguan D_1 dan D_2

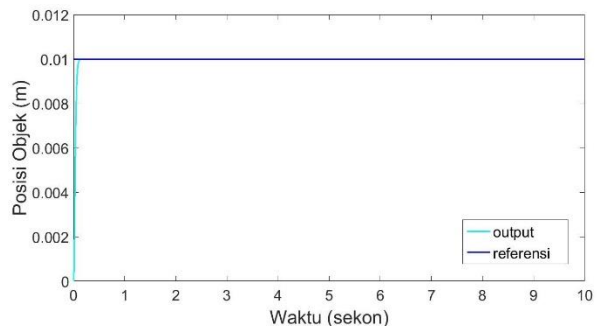
Hasil pengujian dengan pemberian gangguan D_1 dan D_2 ditunjukkan oleh Gambar 4.5. Pada gambar tersebut, keluaran kendali menunjukkan respon sistem yang tidak diharapkan dimana sistem kendali tidak dapat meredam gangguan yang diberikan. ada detik ke-0 sampai dengan mendekati detik ke-3, posisi objek berada pada posisi 0,01 m. Pada saat tepat di detik ke-3, terjadi *overshoot* yang mencapai posisi 0,03 m kemudian turun menjadi 0,02 m hingga $t \rightarrow \infty$.

2. Pengujian Kendali Servo-Feedback Linearization

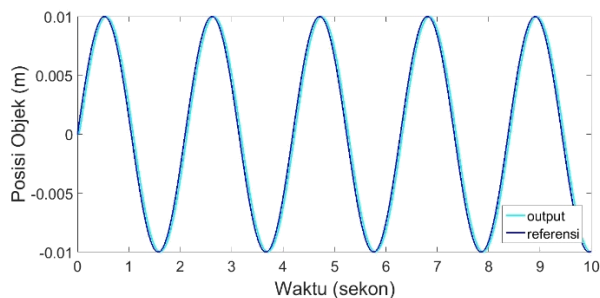
Pengujian performa dari kendali dilakukan melalui dua tahap seperti pada pengujian kendali *feedback linearization*, yaitu pengujian tanpa gangguan dan dengan gangguan. Pengujian tanpa gangguan dilakukan dengan memberikan sinyal referensi berupa sinyal *step*, sinus, dan *uniform random number*. Pada pengujian kendali dengan gangguan, sinyal *input* referensi yang diberikan adalah sinyal *step* (D_1 dan D_2) dengan *Amplitudo*=0.01m dan *step time* = 3 *sekon* seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.6.



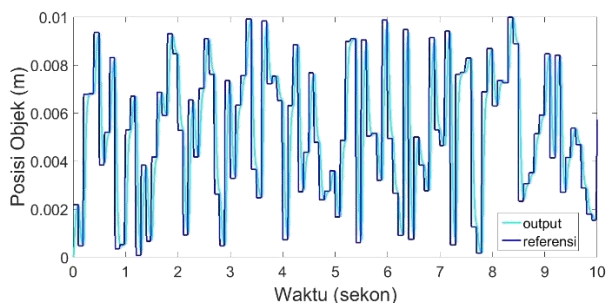
Gambar 4.6. Blok Kendali Servo-Feedback Linearization dengan Gangguan D_1 dan D_2



Gambar 4.7. Hasil Simulasi Kendali Servo-Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Step

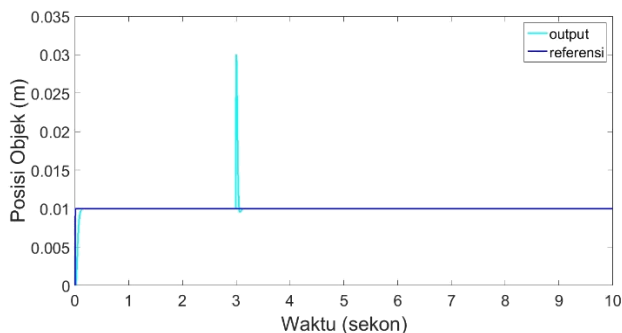


Gambar 4.8. Hasil Simulasi Kendali Servo-Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Sinus



Gambar 4.9. Hasil Simulasi Kendali Servo-Feedback Linearization Tanpa Gangguan, Sinyal Input: Uniform Random Number

Hasil simulasi kendali tanpa gangguan untuk sinyal *input* referensi yang diberikan adalah sinyal *step*, sinus, dan *uniform random number* secara berturut-turut ditunjukkan oleh Gambar 4.7, Gambar 4.8, dan Gambar 4.9. Pada ketiga gambar tersebut terlihat sinyal *output* dapat mengikuti sinyal referensi dengan baik.



Gambar 4.10 Hasil Simulasi Kendali Servo-Feedback Linearization Dengan Gangguan D_1 dan D_2

Hasil pengujian dengan pemberian gangguan D_1 dan D_2 ditunjukkan oleh Gambar 4.10. Gambar tersebut menunjukkan kendali dapat meredam gangguan yang diberikan. Pada detik ke-0 sampai dengan mendekati detik ke-3, posisi objek berada pada posisi 0,01 m (posisi *set point*). Pada saat tepat di detik ke-3, terjadi *overshoot* yang mencapai posisi 0,03 m, setelah melewati detik ke-3, posisi objek kembali berada pada titik 0,01 m. Nilai tersebut konstan untuk $t \rightarrow \infty$.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil pengujian sistem kendali yang dirancang, Kendali *feedback linearization* menunjukkan performa yang bagus saat tidak diberikan gangguan. Kemampuan *tracking control* dari kendali tersebut cukup baik. Hal ini terlihat dari sinyal *output* dapat mengikuti sinyal *input* referensi yang diberikan. Akan tetapi saat diberikan gangguan berupa sinyal *step* (D_1 dan D_2), kendali *feedback linearization* menunjukkan performa yang tidak baik (tidak stabil).

Kendali *servo-feedback linearization* juga menunjukkan performa yang bagus saat tidak diberikan gangguan. Kemampuan *tracking control* dari kendali tersebut cukup baik. Saat diberikan gangguan berupa sinyal *step* (D_1 dan D_2), kendali *servo-feedback linearization* dapat meredam gangguan tersebut. Hal ini menunjukkan keunggulan dari kendali *servo-feedback linearization* dibandingkan dengan kendali *feedback linearization*.

Pada penelitian ini, perancangan kendali hanya sebatas simulasi menggunakan Matlab Simulink. Diharapkan ke depannya, penelitian ini dikembangkan untuk diterapkan langsung pada *plant* sistem maglev sesungguhnya. Pada penelitian ini juga belum mempertimbangkan ketidakpastian nilai parameter (*uncertainty*), sehingga penelitian selanjutnya diharapkan dapat mempertimbangkan hal tersebut dalam perancangan sistem. Ketidakpastian nilai parameter biasanya terjadi pada sistem maglev sesungguhnya yang diakibatkan oleh suhu koil elektromagnet meningkat. Nilai-nilai parameter yang mengalami perubahan nilai antara lain resistansi koil, induktansi koil dan massa objek.

REFERENSI

- [1] H. Khalil, *Nonlinear Systems*. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice Hall, 2002.
- [2] Q. HU, Q. Fei, Q. Wu, and Q. Geng, "Research and application of nonlinear control techniques for quad rotor uav," *IEEE Chinese Control Conference*, pp. 706–710, Jul 2012.
- [3] R.-J. Wai and L.-J. Chang, "Adaptive stabilizing and tracking control for a nonlinear inverted-pendulum system via sliding-mode technique," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, no. 2, pp. 674–692, April 2006.
- [4] Z.-J. Yang, S. Hara, S. Kanae, and K. Wada, "Robust output feedback control of a magnetic levitation system via high-gain observer," *IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, pp. 7575–7580, December 2009.
- [5] K. Qian, Z. Xu, and H. Wang, "Investigation on applying passive magnetic bearings to impeller left ventricular assist devices (lvad)," *IEEE Biomedical Engineering and Informatics (BMEI)*, vol. 4, pp. 1526–1518, Okt. 2010.
- [6] H. Nadashima, "The superconducting magnet for the maglev transport system," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 30, no. 6, pp. 1572–1578, 1994.
- [7] M. B. Khamesee, N. Kato, Y. Nomura, and T. Nakamura, "Design and control of a micro robotic system using

- magnetic levitation,” *IEEE ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 7, pp. 1–14, Mar. 2002.
- [8] H. Bleuler, “A survey of magnetic levitation and magnetic bearing types,” *JSME Int. J.*, vol. 35, pp. 335–342, Okt. 1992.
- [9] N. E. Al-Muthairi and M. Zribi, “Sliding mode control of a magnetic levitation system,” *Hindawi Publishing Corporation: Mathematical Problems in Engineering*, pp. 93–107, 2004.
- [10] Y. Khemissi, “Control using sliding mode of the magnetic suspension system,” *International Journal of Electrical and Computer Sciences IJECS-IJENS*, vol. 10, no. 3, pp. 1–5, 1-5 Juny 2010.
- [11] H. K. C. C. A. Chen and J. C. Shen, “Fuzzy sliding mode control of a magnetic ball suspension system,” *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 97–106, Juny 2009.
- [12] Y. Zi-J and T. M., “Robust nonlinear control of a magnetic levitation system via backstepping approach,” *IEEE*, pp. 1063–1066, Jul 1998.
- [13] J. Li, J. Li, and P. Cui, “Mass adaptation of maglev levitation system based on feedback linearization,” *10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, pp. 436–440, 12-14 June 2013.
- [14] T. Kumar, S. S.L., D. Karanjkar, and S. Rana, “Modeling, simulation and control of single actuator magnetic levitation system,” *IEEE Recent Advances in Engineering and Computational Sciences (RAECS)*, pp. 1–6, 6-8 March 2014.
- [15] S. K. Pradhan and R. Singh, “Nonlinear control of a magnetic levitation system using feedback linearization,” *IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Teclmologies (ICACCCT)*, pp. 152–156, 8-10 May 2014.
- [16] F. C. Moon, *Superconducting Levitation : Applications to Bearings and Magnetic Transportation*. Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 2004.
- [17] I. Ahmad and M. A. Javaid, “Nonlinear model and controller design for magnetic levitation system,” *RECENT ADVANCES in Signal Processing, Robotics And Automation*, pp. 324–328, 2010.
- [18] V. Dolga and L. Dolga, “Modeling and simulation of a magnetic levitation system,” *Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering*, vol. VI, 2007.
- [19] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice Hall, 1991.
- [20] K. Ogata, *Modern control engineering*, ser. Prentice-Hall electrical engineering series. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice-Hall, 1970.
- [21] R. Uswarman, A. I. Cahyadi, , and O. Wahyunggoro, “Control of a magnetic levitation system using feedback linearization,” *IEEE International Conference on Computer, Control, Informatics and Its Applications*, pp. 95–98, 19-21 Nov. 2013.